

Math. P.

244-9

Math. P.

2447

Lämpfe

Beiträge
zur
experimentellen Prüfung der Methode
der
richtigen und falschen Fälle.

Inaugural-Dissertation

zur
Erlangung der Doctorwürde der hohen philosophischen Facultät
der Universität Leipzig

eingereicht

von

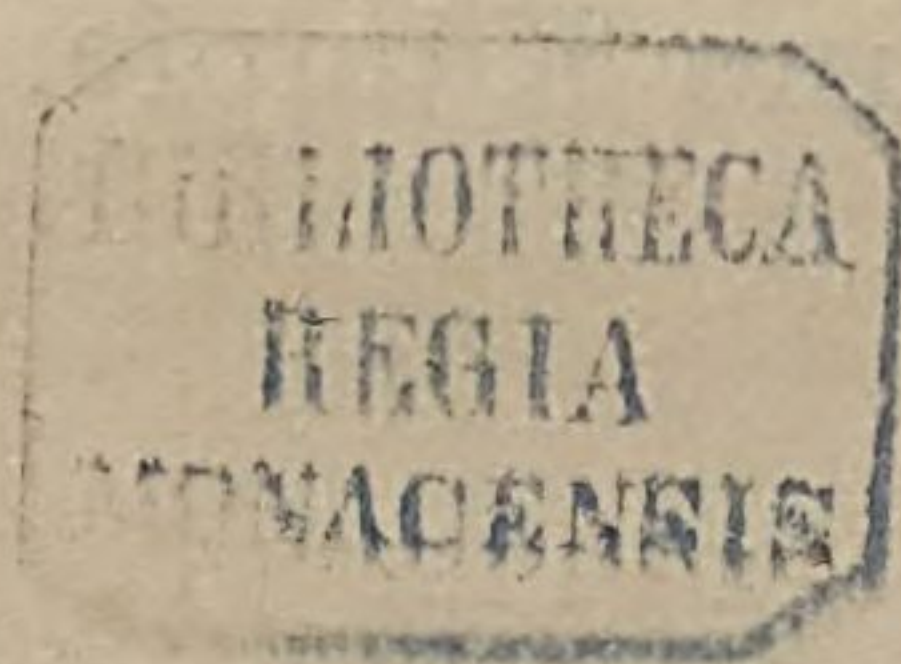
Bruno Kämpfe.

Mit einer Tafel und zwei Figuren im Text.

Leipzig
Wilhelm Engelmann
1893.

71087

(Separatabdruck aus: Wundt, Philosophische Studien. VIII. Bd. 4. Heft.)



I. Einleitung.

Es liegt in der Natur der Fehlermethoden, dass sie trotz vielfältigster theoretischer wie experimenteller Behandlung noch immer nicht in sicheren, über allen Zweifel erhabenen Formeln ihren Ausdruck gefunden haben und dass ihre Auswerthung in der Psychophysik eine Einheitlichkeit auch jetzt noch vermissen lässt. Ihr Aufbau ist in seinen Fundamenten ein rein hypothetischer, der Ausdruck in complicirten mathematischen Formeln lässt mindestens verschiedene Deutungsweisen zu, das Gesetz der großen Zahlen endlich, auf das die Methoden sich gründen, erfordert für die Prüfung ein umfassendes, auf breitester und sicherster Grundlage gewonnenes Versuchsmaterial, — alles Schwierigkeiten, die nicht kurzweg von heute auf morgen sich überwinden lassen.

Was aber von den Fehlermethoden im allgemeinen gilt, trifft in besonderem Maße bei der Methode der richtigen und falschen Fälle zu. Die ganze Geschichte dieser Methode ist ein Streit über die mathematischen Grundlagen einerseits und über die Verwendbarkeit einzelner in die Formeln eingehender Größen anderseits, ohne dass das Experiment im Stande gewesen wäre, die Theorie oder die eine oder andere Auffassungsweise sicherzustellen. Auf Fechner's¹⁾

1) Fechner, Elemente d. Psychophysik und Revision d. Hauptpunkte.

wissenschaftliche Begründung der Methode hatte G. E. Müller¹⁾ eine eingehende Kritik folgen lassen, in der er sich mit den theoretischen Voraussetzungen im wesentlichen einverstanden erklärte, aber die Auswerthung der Methode auf eine ganz andere Größe basirte als Fechner. Seitdem sind in den verschiedensten, wenn auch aus leicht begreiflichen Gründen nicht allen Sinnesgebieten Versuche angestellt worden, die eine volle Klarheit in die Frage nicht zu bringen vermochten. Die Misserfolge sind zum Theil auf die Unsicherheit der physikalischen Vorbedingungen oder auf die Unzulänglichkeit der Versuche zurückzuführen, zum großen Theil aber scheinen sie sich, wie aus neueren Untersuchungen hervorgeht, aus der abweichenden, oft auch unrichtigen Ausnutzung der Formeln zu erklären. So ist es gekommen, dass der eine Beobachter immer wieder fraglich machte, was der vorhergehende außer Zweifel gesetzt zu haben meinte: Fanden Renz und Wolf²⁾ eine ziemlich gute, Nörr³⁾ sogar eine »volle und buchstäbliche« Bestätigung der Theorie, so erhielt bald darauf G. Lorenz⁴⁾ so erhebliche Abweichungen, dass er sich zur Aufstellung eines anderen, praktisch freilich noch weniger brauchbaren Versuchsverfahrens veranlasst fühlte, während wiederum neben Anderen vor Allem J. Merkel⁵⁾, derselbe, der bei den Lorenz'schen Experimenten als Beobachter gedient hatte, in neuerdings angestellten Versuchen die Methode bis in ihre äußersten Feinheiten bestätigt fand und seinerseits das sich bewährende Rechenprincip zu einer neuen Versuchsmethode verwerthete.

Das war der Stand der Frage zur Zeit, als ich von Herrn Prof. Wundt die Anregung erhielt, einerseits die mathematischen Principien der Methode noch einmal gründlich zu erörtern, sodann aber durch ein möglichst erschöpfendes Versuchsmaterial die Richtigkeit

1) G. E. Müller, Zur Grundlegung der Psychophysik.

2) Renz u. Wolf, Vierordt's Archiv, 1856. Heft 2. S. 185 und Pogg. Ann. XCVIII.

3) Nörr, Zeitschr. für Biologie. XV. 1879. S. 297.

4) G. Lorenz, Methode der richtigen und falschen Fälle in ihrer Anwendung auf Schallintensitäten. Phil. Stud. II. S. 394 ff.

5) J. Merkel, Das psychophysische Gesetz in Bezug auf Schallstärken. Phil. Stud. IV, S. 117 ff.

der Methode in ihren einzelnen Phasen zu prüfen, ohne Rücksicht auf das Endziel, nach welchem die meisten Experimentatoren den Werth der Resultate abschätzten, das Endziel nämlich, ob und in wie genauer Weise das Weber'sche Gesetz bestätigt werde.

Seitdem sind drei Jahre verflossen, während welcher ich in unausgesetzter Arbeit die nöthige Erfahrung mir anzueignen und ein ausführliches Versuchsmaterial zu sammeln Gelegenheit hatte. Die Frage ist inzwischen nach der experimentellen Seite hin nicht wesentlich weiter gebracht. Die sonst fleißigen Untersuchungen von Higier¹⁾ umgehen eine principielle Schwierigkeit der Methode: in gewaltsamer und deshalb unzulässiger Weise werden hier Elemente einfach unterdrückt, die eine ganz wesentliche Rolle spielen. — Dagegen hat J. Merkel²⁾ in seinen neuesten Veröffentlichungen »Theoretische und experimentelle Begründung der Fehlermethoden« in so gründlicher und zum Theil origineller Weise aus den Elementen heraus die mathematischen Formeln entwickelt, dass ich dadurch des ersten Theiles meiner Aufgabe überhoben wurde. In Bezug auf die Natur der Elementarfehler, ihre Größe, die relative Häufigkeit ihres Zusammentreffens, in Bezug ferner auf die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die durch zufällige Fehlervorgänge beeinflusste Beurtheilung einer Reizdifferenz stimmen meine Anschauungen mit den seinigen vollständig überein, und ich würde mich bei nochmaliger Entwicklung der Formeln einer Wiederholung der von ihm vorgetragenen Gedanken schuldig machen. Die folgenden Untersuchungen sollen daher nur einen weiteren Beitrag zur experimentellen Prüfung der Methode liefern, sie sollen eine Ergänzung des zwar umfassenden, aber noch lange nicht ausreichenden Versuchsmaterials bilden. Als solche Ergänzung werden sie immerhin einigermaßen willkommen und werthvoll sein. Das Experiment

1) Higier, Experimentelle Prüfung der psychophysischen Methoden etc. Phil. Stud. VII, S. 232 ff. H. lässt hier nach dem Vorschlage von Jastrow (Amer. Journ. of Psychol. I, 2. S. 271 ff.) und Kraepelin (Phil. Stud. VI, S. 493 ff.) die Gleichheitsurtheile einfach weg. — Gegen die Zulässigkeit dieser Unterdrückung wenden sich Merkel (Phil. Stud. VII, S. 569, 586 u. 629 ».... ich halte die »scheinbar« richtigen und »scheinbar« falschen Fälle für verkappte Gleichheitsfälle und bin für Zulassung derselben unter ihrer richtigen Flagge«) sowie Ebbinghaus, Zeitschr. f. Psychol. II. S. 449 ff.

2) Merkel, Phil. Stud. VII, S. 558 ff.

hat hier ja mit größerem Rechte als anderswo in letzter Instanz zu entscheiden über die Richtigkeit der auf weitläufigem Wege entwickelten Formeln und über die Verwendbarkeit der in diesen enthaltenen Größen zur Messung der Unterschiedsempfindlichkeit. Nirgends hat man sich, wie hier, »so darauf verlassen, dass gewisse theoretische Voraussetzungen, unter denen man die Methode anwandte, a priori festständen, während sie doch noch eine experimentelle Untersuchung nöthig machen, auf Grund deren sich erst mit Sicherheit über die Art der Verwerthung zu psychologischen Zwecken wird urtheilen lassen«.¹)

II. Die für die Prüfung nöthigen Ausgangsformeln.

Das Gauß'sche Gesetz der Fehlervertheilung, dessen Richtigkeit im Gebiete der Psychophysik wir voraussetzen wollen, führt für die Wahrscheinlichkeit von Urtheilen bestimmter Art auf eine Formel

$$W = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt .$$

Fechner geht nun bei Ableitung seiner Gleichungen von der Voraussetzung aus, dass bei der Differenz Null, also bei objectiv gleichen Reizen, die Urtheile infolge der zufälligen Fehlervorgänge, bei sonst richtiger Versuchsanordnung, gleich oft zu Gunsten des einen wie des anderen Reizes ausschlagen, dass also nach seiner Bezeichnungsweise gleich viele »richtige« wie »falsche« Fälle vorkommen und somit bei Halbierung der »gleichen« und »zweifelhaften« Urtheile die $r' \left(\equiv r + \frac{g}{2} \right) = f' \left(\equiv f + \frac{g}{2} \right)$ sein müssen. Die Gleichtheilung der g -Fälle erscheint ihm als das einzig richtige, schon a priori begründete Vertheilungsverfahren, das er nun auch bei Ungleichheit der Reize, also bei Annahme der verschiedensten, nur immer relativ sehr kleinen Differenzen ausschließlich verwendet. Indem er dann

1) Wundt, Psychologische Methoden. Phil. Stud. I, p. 7.

$$\frac{r'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD=t_0} e^{-t^2} dt$$

setzt, gewinnt er aus dem seinen Tabellen entnommenen $t_0 = hD$ in

$$h = \frac{t_0}{D}$$

ein Maß für die Unterschiedsempfindlichkeit. Das Präcisionsmaß h , d. h. die Genauigkeit, mit der eine Differenz D aufgefasst wird, muss nach Fechner — dieselben Versuchsmomente vorausgesetzt — bei gleichmerklicher Empfindung, also gleichem $\frac{r'}{n}$ und t_0 , nur noch von der Größe des Reizunterschiedes abhängig und zwar reciprok zu ihm sein. Dasselbe $\frac{r'}{n}$ bez. t_0 muss beispielsweise bei Anwendung der Reizdifferenz $D = 10$ auf eine doppelt so große Genauigkeit der Auffassung schließen lassen, als wenn man den Unterschied $D = 20$ eingestellt hätte. Das Gleiche gilt aber auch von der Unterschiedsempfindlichkeit; also müssen beide einander ganz parallel gehen, die eine Größe muss sich durch die andere ausdrücken und messen lassen, das Präcisionsmaß h muss »bei vergleichbar gehaltener Modalität des Verfahrens nur von der Unterschiedsempfindlichkeit abhängig sein«.

G. E. Müller wendet sich gegen diese Verwerthung des Präcisionsmaßes, das wohl die mathematische Genauigkeit der Beobachtungen darstelle, sonst aber mit der Unterschiedsempfindlichkeit nicht unbedingt zusammenhänge und übrigens auch gar nicht reciprok einem beliebigen D zu setzen sei. Er lässt als Maß für die Unterschiedsempfindlichkeit grundsätzlich und ausschließlich nur die Unterschiedsschwelle $2S$, d. h. im Sinne unserer Methode, die Größe des Gebietes gelten, innerhalb dessen die g -Urtheile liegen. Auch in seiner Ableitung der Formeln ist implicite die Forderung enthalten, dass für $D = 0$ die Anzahl der r -Fälle gleich sei der der f -Fälle; die Frage der Vertheilung der g -Urtheile, deren Vorkommen ihm sonst von wesentlicher Bedeutung ist, kümmert ihn nicht, ihm ist es darum zu thun, aus den r , f und g einen Werth für S zu gewinnen, den er in correctester Weise aus

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D-S)} e^{-t^2} dt \\ \frac{r+g}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D+S)} e^{-t^2} dt \end{array} \right.$$

findet. Setzt man $h(D-S) = t_I$ und $h(D+S) = t_{II}$, so ergibt sich:

$$S = \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} \cdot D.$$

An dem reciproken Werthe von S misst Müller die Unterschiedsempfindlichkeit.

Die bisherigen Experimente, soweit sie die Methode überhaupt bestätigten, ließen bis zu einem gewissen Grade eine Uebereinstimmung zwischen h und $\frac{1}{S}$ erkennen, insofern als mit der Constanz der einen Größe eine entsprechende Constanz der andern Größe verbunden war. Das ist wohl der Grund, weshalb auch Merkel in seinen Ableitungen an beiden Kriterien für die Richtigkeit der Methode und namentlich für die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes gleichmäßig und allgemein festhält; nach ihm muss sowohl

$$h.R = \text{const} \quad \text{bez. genauer: } h.\sqrt{2R(R+D)+D^2} = \text{const}$$

als auch mit der durch das Weber'sche Gesetz geforderten Unterscheidung in eine obere (S_o) und untere (S_u) Schwelle

$$\frac{S_o + R}{R} = \frac{R}{R - S_u} = \text{const}$$

sein. Merkel vereinigt schließlich noch beide Größen h und S zu einer neuen Relation, indem er als »wirkliches Maß H für die Genauigkeit der Auffassung«

$$H = \frac{h}{S}$$

setzt.

Wir können im übrigen den Darstellungen Merkel's hier nicht weiter folgen; er deducirt alle seine Formeln aus dem Weber-

schen Gesetze, dessen ganz allgemeine Gültigkeit ihm über allen Zweifel festzustehen scheint. Uns kommt es auf die Bestätigung dieses Grundgesetzes gar nicht oder doch erst in zweiter Linie an, wir kümmern uns zunächst um die demselben entspringenden Folgerungen, wie sie oben in complicirten Bedingungsgleichungen ihren Ausdruck fanden, nicht: es soll uns genügen, wenn wir für jene Größen h und S , oder auch nur für eine derselben, annähernd constante oder vergleichbare Resultate erhalten.

Das Präcisionsmaß h und das Fehlergebiet $2S$, in welches die g -Urtheile fallen, stehen von vornherein in keiner nachweisbaren Beziehung zu einander; wir sind über die Bedingungen, unter denen sich beide gleichbleiben oder verändern, zunächst völlig unklar, und wenn wir auch als wahrscheinlich voraussetzen dürfen, dass ein großer Theil der Ursachen, welche die eine Größe alteriren, bei der Veränderung der zweiten Größe mitwirken wird, so wissen wir doch nicht, ob die Zahl dieser Ursachen damit beiderseits wirklich erschöpft ist. Erst die zufällig aus den Versuchen gewonnene Erfahrung hat eine Abhängigkeit beider von einander construirt und ihnen damit ohne weiteres die Berechtigung, gleichmäßig als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit zu dienen, zugesprochen. A priori ist das — wie gesagt — keineswegs vorauszusetzen. Das Rechenprincip kann sehr wohl richtig und die ganze Methode sehr wohl brauchbar sein, wenn ein solcher Parallelismus beider Größen sich nicht ergibt, wenn etwa nur ein Werth sich als hinreichend regelmäßig erweist. »Ja, es könnte sogar sein, dass der wahre Werth der Methode überhaupt weniger in ihrer Verwerthung für die Untersuchung des Empfindungsmaßes als in den Ergebnissen liegt, zu denen sie durch Veränderungen in der Form ihrer Anwendung führen kann, und denen manche Aufschlüsse über die Eigenschaften der Aufmerksamkeit und über die Natur der bei derselben in Betracht kommenden psychologischen Schätzungsfehler zu entnehmen sind «.¹⁾

Damit ist uns der allgemeine Gesichtspunkt gegeben, von dem aus die Untersuchungen anzustellen sind: Wir haben beide Auffassungsweisen, bez. beide Größen h und S als gleichberechtigt gelten,

1) Wundt, Psychologische Methoden. Phil. Stud. I, p. 18.

dann aber das Experiment entscheiden zu lassen, ob die eine oder die andere von ihnen zur Messung der Unterschiedsempfindlichkeit sich besser oder gar ausschließlich bewährt.

Als Ausgangsgleichungen nehmen wir die von Müller aufgestellten, nachher von Fechner mit kleinen auf S bezüglichen Abweichungen acceptirten Formeln:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{r}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D-S)=t_I} e^{-t^2} dt \\ \frac{r+g}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h(D+S)=t_{II}} e^{-t^2} dt \end{array} \right.$$

worin, wie oben auseinandergesetzt, h das Präcisionsmaß für die Beurtheilung der Differenz D und $2S$ die totale Schwelle oder besser das Fehlergebiet ist, in welches infolge der Existenz einer Schwelle und je nach Art des Versuchsverfahrens, der Auffassung und inneren Disposition des Beobachters die Urtheile »gleich« fallen.

Aus ihnen findet man:

$$\left\{ \begin{array}{l} h = \frac{t_I + t_{II}}{2D} \\ S = \frac{t_{II} - t_I}{t_{II} + t_I} \cdot D \end{array} \right.$$

d. h. eben jene Größen, die Fechner und Müller — und zwar jede für sich — zur Messung der Unterschiedsempfindlichkeit zulassen wollen.

Bezüglich der Berechnung der ersten Größe haben wir einer Modification der Fechner'schen Formel Erwähnung zu thun, die uns zu grundsätzlich und zu natürlich erscheint, als dass wir sie erst später erörtern und ihre Gültigkeit etwa erst von dem Ausfall der Versuche abhängig machen könnten. Fechner gewinnt sein h aus $\frac{t_o}{D}$ und t_o seinerseits wieder mittelst der Tabelle aus einem $r'\%$, das aus den eigentlich »richtigen« und der Hälfte der »gleichen«

Urtheile sich zusammensetzt. Während er Alles auf dem Gesetz der mathematischen Wahrscheinlichkeit aufbaut und für die r und f selber die daraus resultirenden Integralformeln aufstellt, verzichtet er bei Betrachtung der g -Fälle und des ihnen entsprechenden Zwischengebietes $2S$ auf das Gesetz und wendet bei ihrer Vertheilung aus apriorischem, mathematischem und experimentellem Grunde das ihm bequemste Verfahren, die Halbierung, an. Das wäre anstandslos zu billigen, wenn das Gebiet S in der Scala der Fehlergrößen punktförmig oder doch verschwindend klein wäre, ein Fall, an den Fechner selbstverständlich nicht denken kann, oder aber, wenn sich dies Gebiet bei sonst endlicher Größe regelmäßig zu beiden Seiten des Nullpunkts der Fehlerscala gruppirte. Der letztere Fall trifft zu bei $D = 0$; hier, aber auch nur hier, ist die Halbierung principiell zulässig, überall sonst, also bei endlicher Reizdifferenz, verschiebt sich $2S$ einseitig in Bezug auf den Nullpunkt und diejenigen seiner Theile, welche dem Nullpunkt relativ näher liegen, sind von kleineren und daher von mehr Fehlern angefüllt als die entfernteren Gebietstheile.

Nach der Bildungsweise der Formeln für die einzelnen Fehlergebiete und nach der ganzen Art ihrer Veränderung mit wachsendem D erscheint es vielmehr als das Natürlichste, das Gebiet $2S$ zu halbiren und es zu gleichen Theilen dem r - und f -Gebiete zuzuschlagen, also die g -Fälle ungleich zu vertheilen. Wenn Fechner hiergegen anführt, dass es doch am nächsten liege, die Gleichtheilung auf das unmittelbare Urtheil und nicht durch ein *ὑστερον πρότερον* auf eine erst durch Rechnung gewonnene Formelgröße anzuwenden, so lässt sich erwidern, dass das Urtheil »gleich« doch erst entsprungen ist aus einer durch zufällige Fehlervorgänge für die Empfindung unmerklich gemachten Reizdifferenz, dass diese letztere also eigentlich das *πρότερον* ist. Der mathematische Einwand Fechner's in Bezug auf den besonderen Fall $r = 50\%$, also $t_I = 0$, richtet sich ausschließlich gegen den Müller'schen Werth S , trifft aber die Vertheilungsweise selbst gar nicht. Endlich ist auch Fechner's experimenteller Grund nicht stichhaltig, da — wie Merkel nachweist — die Gesamtheit der bisherigen Resultate zum größeren Theile für Gleichtheilung des $2S$ -Gebietes als für die der g -Urtheile spricht.

Analytisch lässt sich entsprechend der ganzen Entwicklungsweise der Integralformeln die Gleichung

$$\frac{r}{n} \equiv \frac{r + g'}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hD=t_0} e^{-t^2} dt$$

aufstellen, in der wir im Unterschied zu der ganz ähnlich lautenden früheren Formel nur links das Fechner'sche $\frac{g}{2}$ durch das numerisch noch unbekannte g' ersetzt haben. Führt man nach der üblichen Bezeichnung

$$t_I = h(D - S) \quad \text{und} \quad t_{II} = h(D + S)$$

ein, so wird

$$hD \equiv t_0 = \frac{t_I + t_{II}}{2}.$$

Die t_I und t_{II} sind aus den Versuchen bekannt bez. aus den Tabellen für $\frac{r}{n}$ und $\frac{r + g}{n}$ zu entnehmen; man hat also nur das arithmetische Mittel zwischen beiden zu suchen und kann rückwärts $\frac{r + g'}{n}$ und somit g' bestimmen.

Es ist das Verdienst Merkel's, diese Vertheilungsweise der g -Fälle zuerst numerisch durchgeführt zu haben; implicite ist sie schon in Müller's Formeln enthalten, aus denen wir auch oben schon den gleichen Ausdruck für h ableiteten. Ich halte dieses Verfahren der Vertheilung für das allein richtige, weil es sich in streng consequenter Weise auf die Wahrscheinlichkeitsgesetze gründet. Praktisch hat es auf die Resultate nur dann einen merklichen Einfluss, wenn die Zahl der g -Fälle eine verhältnissmäßig große ist. Deshalb stimmen auch die bisherigen, durch Halbirung der g -Fälle gewonnenen Resultate noch immerhin gut, trotz der principiell unrichtigen Vertheilungsweise.

III. Die Versuche mit Schallreizen.

Die nachstehend beschriebenen Versuche wurden im Gebiete des Schalles angestellt, weil sich hier verhältnissmäßig leicht und sicher operiren ließ, weil ferner die früheren, sich sehr widerspre-

chenden Schallversuche eine Wiederholung wünschenswerth erscheinen ließen, weil im übrigen auf dem Gebiete der Schallempfindungen das Weber'sche Gesetz im weitesten Umfange sich bestätigt fand und endlich die bisher strittige Frage der Aenderung der Schallstärke mit der Höhe eben damals, als die Versuche begonnen wurden, in befriedigendster Weise gelöst war.

A. Der Apparat.

Als schallerzeugender Apparat diente mir das von Fechner¹⁾ beschriebene, von Volkmann zuerst angewendete Doppelschallpendel. Der mir zur Verfügung gestellte Apparat [hatte bisher zu Vorlesungszwecken gedient und in dieser Verwendung sich hinreichend bewährt. Für feinere Untersuchungen, wie ich sie durchzuführen mich anschickte, zeigte er bald offenbare Uebelstände. An dem auf massiver Säule sitzenden Querbalken befanden sich an dünnen, stählernen Pendelarmen metallene Hämmer, die an Klötze aus gleichem Material anschlugen. Der so erzeugte Schall war im höchsten Grade unrein, begleitet von langanhaltenden, klingenden und schwirrenden Nebengeräuschen, die dem in der Nähe Sitzenden ein Urtheilen unmöglich machten. Das Metall wurde daher durch wesentlich andere Materialien ersetzt: an Stelle der früheren Pendelarme traten gleich dünne Stäbe aus gut trockenem Holze, wie man sie zum Stricken verwendet; die prismatischen Hämmer wurden durch elastische Hartgummikugeln von übereinstimmender Größe ersetzt, besonders aber die durch Schrauben befestigten Anschlagklötzchen entfernt und dafür einander völlig gleiche und gleichmäßig aus demselben Stücke geschnittene Brettchen aus trockenem Eichenholze sorgfältig aufgeleimt. Der so veränderte Apparat, dessen Pendelarme noch zur Dämpfung der Schwingungen mit Filz umhüllt wurden, ließ jene unangenehmen Störungen nicht mehr hervortreten, so dass an ihm eine größere Versuchsreihe durchgeführt werden konnte. Bald machte sich jedoch ein anderer, nicht minder empfindlicher Uebelstand geltend: Die Schalle zeigten eine mit der Zeit immer deutlicher hervortretende Qualitätsverschiedenheit, auf deren Beseitigung ich viele Zeit und Mühe verwenden musste.

1) Fechner, Elemente. I. S. 176 u. 179.

Da diese Klangverschiedenheit zunächst hauptsächlich dadurch herbeigeführt zu sein schien, dass die Brettchen durch die Menge der Schläge in verschieden starker, wenn auch äußerlich nicht erkennbarer Weise gelockert waren, so wurden diese beiden Holzstückchen durch ein einziges, entsprechend dickes Klötzchen aus bestem Ebenholz ersetzt. In der That functionirte der Apparat nach dieser Abänderung wieder ganz gut, so dass Tausende von neuen Versuchen zu Protokoll genommen werden konnten, bis mich Untersuchungen über den Rückprall der Kugeln, sowie neuerlich merkbar hervortretende Klangverschiedenheit von der noch immer

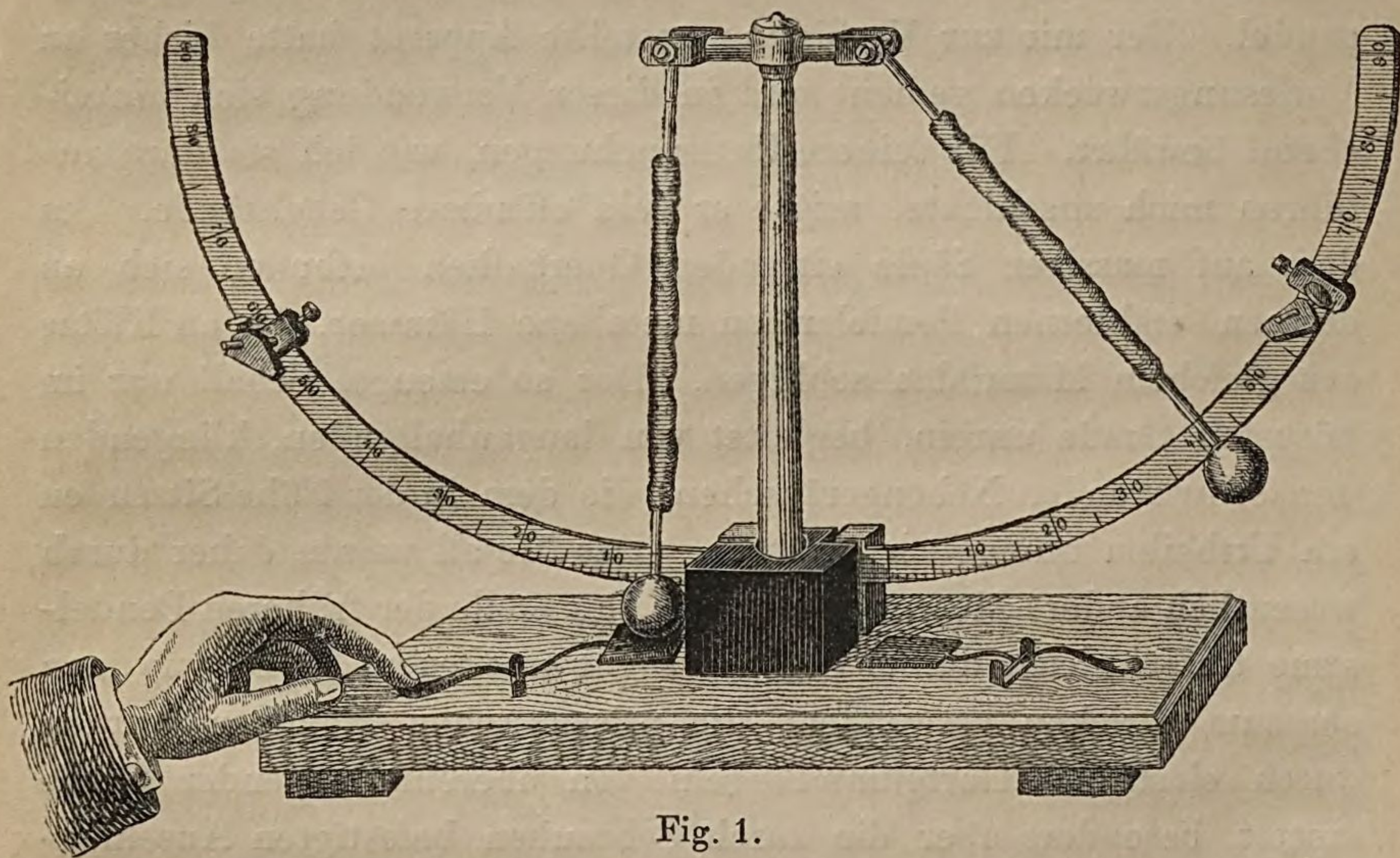


Fig. 1.

vorhandenen Unzuverlässigkeit und Unbrauchbarkeit des Apparates überzeugten. Da diesmal die Qualitätsdifferenz nicht auf das Anschlagbrett, sondern, wie ich durch einfaches Umhängen bez. Vertauschen der Pendel leicht feststellen konnte, auf die Arme und Kugeln selbst zurückzuführen war, entschloss ich mich zu dem radicalen Auswege, auf das Doppelpendel überhaupt zu verzichten und es durch das einarmige zu ersetzen. Zu dem Ende wurde der rechte Pendelarm beseitigt und nun der Apparat in der folgenden, aus Figur 1¹⁾ ersichtlichen Gestalt benutzt.

1) Die Zeichnung, die zu anderem Zwecke schon früher angefertigt war,

Auf einem sorgfältig abgerichteten Standbrette aus bestem Eichenholze (45 cm lang, 15 cm breit und 3 cm dick), das auf vier dicken Filzunterlagen ruhte, war in der Mitte eine massiv-stählerne Säule von 33 cm Länge und 2 cm durchschnittlichem Durchmesser, an deren oberem Ende ein etwa nur halb so dicker, $8\frac{1}{2}$ cm langer Querbalken durch Schrauben befestigt war. Dieser Querbalken endete in 2 gegenüberstehenden breiteren Backen, zwischen denen der stählerne Kopf des Pendelarmes leicht drehbar in gewöhnlicher Spitzenlagerung eingesetzt werden konnte. Der im übrigen hölzerne, 30 cm lange Pendelarm trug an seinem unteren Ende eine elastische Vollkugel aus Hartgummi von 3 cm Durchmesser. Aus dem früher angedeuteten Grunde war der Holzarm fast seiner ganzen Länge nach mit einer Filzhülle umgeben, die ihrerseits wieder durch dünnen Blumendraht festgehalten wurde. Auf dem Standbrette war ein volles Stück Ebenholz gleichmäßig aufgeleimt; Schrauben wurden absichtlich vermieden, da sie nicht in gleicher Weise für Reinheit und längere Constanz des Schalles bürgten. Das Ebenholzklotzchen musste seiner Form nach dem Apparate besonders angepasst, vor allem auch zum Durchlassen der Säule in der Mitte durchbohrt werden. Bei Benutzung des einarmigen Pendels konnte dies zu irgend welchen Mängeln keinen Anlass geben, zumal alle Formveränderungen in der gewissenhaftesten Weise vorgenommen wurden. Die Dimensionen des Klötzchens waren in der Breite 7 cm, der Dicke 5 cm und der Höhe 6 cm. Hinter ihm befand sich an einem Metallprisma ein stählerner Quadrant mit Gradeintheilung. Es war derselbe so angebracht, dass das in der Ruhelage befindliche, lose und lothrecht herabhängende Pendel eben das Anschlagklötzchen berührte, wobei eine in einfachster Weise angebrachte feine Stahldrahtmarke auf den Nullpunkt des Gradbogens zeigte. Sonst wurde die genaue und richtige Einstellung des Apparates so controlirt, dass die Spitze der genannten Drahtmarke beim Herausheben des Pendels aus der Nulllage einen zum Rande des Gradbogens genau concentrischen Kreis beschreiben und — worauf ganz besonders zu

stellt noch das Doppelschallpendel dar. Um genau den von uns benutzten Apparat zu erhalten, denke man sich in der Figur nur die rechte, auf ca. 40° eingestellte Pendelstange fort.

achten war — in allen Lagen den Gradbogen berühren bez. in immer gleicher Entfernung von ihm bleiben musste. Erst dann war man sicher, dass sich das Pendel in einer zum Gradbogen parallelen Ebene bewegte, und dass dieser letztere einen genauen Maßstab für die Pendelelevationen abgab.

Um das einarmige Pendel nun aber in schneller Aufeinanderfolge bequem in zwei verschiedenen Höhen einstellen zu können, bedurfte es zweier Fixirungsmarken und dazu folgender mechanischen Vorrichtung. Die obere Einstellungsmarke war dieselbe, wie sie schon am ursprünglichen Apparate benutzt wurde und wie sie aus der Figur 1 ersichtlich ist. Ein durchbohrtes Messingstück konnte

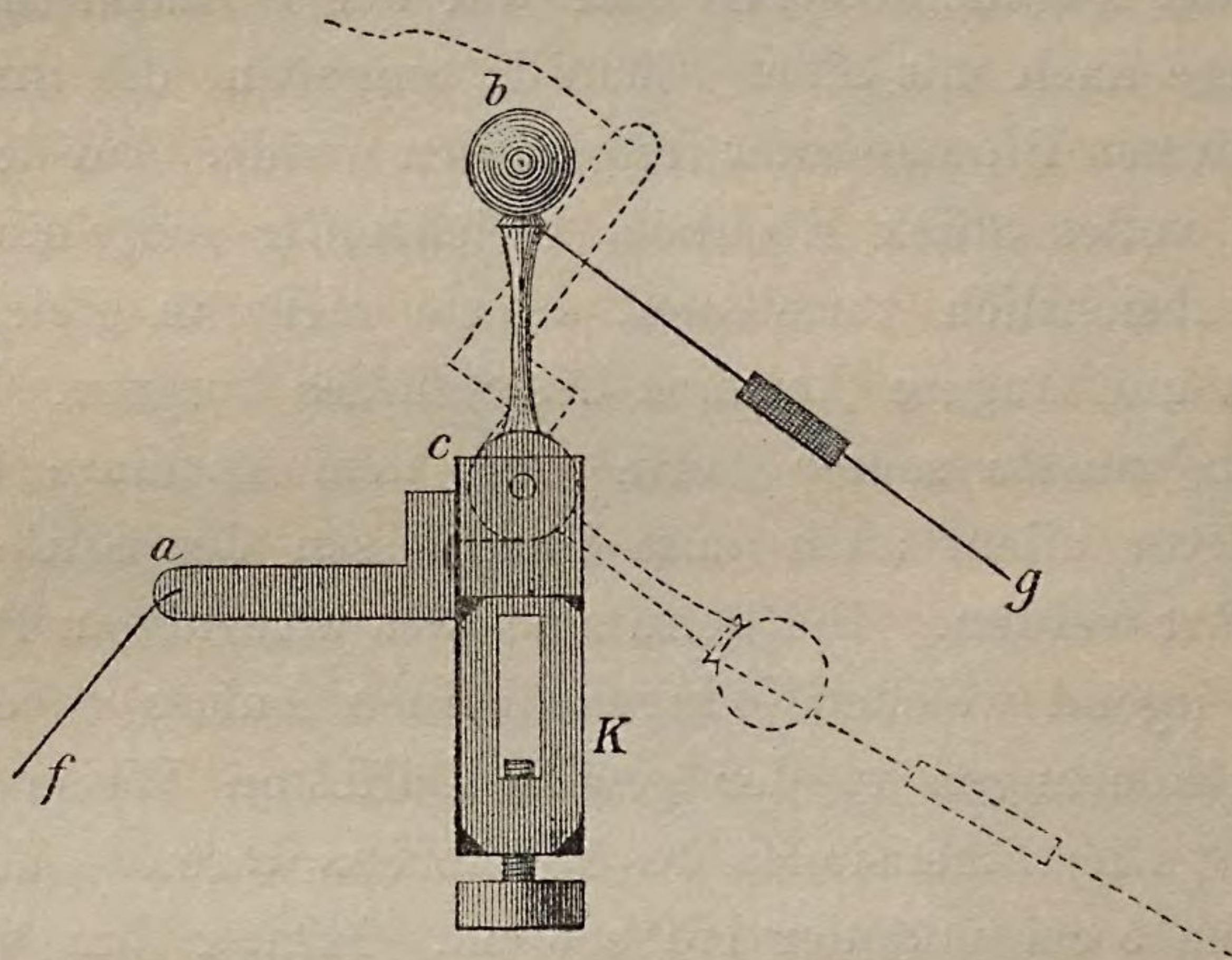


Fig. 2.

straff über den Gradbogen geschoben und an beliebiger Stelle festgeschraubt werden. Senkrecht nach vorn war ein Stäbchen angesetzt, auf welchem verschiebbar die eigentliche Marke, ein massives, vorn mit gabelförmigem Einschnitt versehenes Messingstück angebracht werden konnte. Getrennt hiervon, und zwar näher nach dem Nullpunkte der Scala zu, befand sich eine gleiche, auch gleichverschiebbare Klemme *K* (Fig. 2), an der ein leicht drehbarer Winkelhebel *acb* angebracht war. Wurde der letztere zurückgeschlagen, so war es möglich, das Pendel bis zur oberen Einstellungs-
marke herauszuheben. In dieser äußersten, in der Figur punktirt gezeichneten Stellung wurde der Winkelhebel durch einen dünnen

Gummifaden g festgehalten. Wollte man ihm eine andere Lage geben, etwa eine solche, dass der vordere Schenkel ac horizontal zu liegen kam und also die dem Nullpunkt nähere Einstellung fixirte, so bedurfte es dazu nur eines gelinden Zuges nach vorn an einem zu diesem Zwecke an der Spitze des Schenkels ac angebrachten Faden f . Die Elasticität des hinteren Gummifadens gestattete dies Umlegen des Winkelhebels, zog ihn aber sofort in die alte Lage zurück, sobald man die Einstellung nicht mehr nöthig hatte, d. h. den vorderen Faden losließ. Bei der Länge der oberen Einstellungsgabel konnte man eben noch die Differenz »Null« markiren. Der Mechanismus musste ohne jedes Nebengeräusch, das das Urtheil beeinträchtigt haben würde, functioniren; zu dem Ende wurden sämtliche Anschlagstellen mit Wolle oder Filz bedeckt.

Diese Einstellungs Vorrichtung, die vielleicht nach mancher Seite hin noch der Verfeinerung fähig wäre, hatte den entschiedenen Vortheil, dass sie den Gebrauch eines und desselben Pendels zur Erzeugung zweier Schläge gestattete, so dass von Klangverschiedenheit und sonstigen, aus der Verschiedenheit der Pendel, der Kugeln, der Anschlagpunkte u. s. w. resultirenden Mängeln, überhaupt von Fehlern, soweit sie nicht in der Einstellung oder in der Versuchsmanipulation selbst lagen, nicht mehr die Rede sein konnte. Die Bedienung der ganzen Vorrichtung war zudem nicht complicirter als früher; sie wurde durch Einübung bald ganz geläufig und sicher, und stieß in dem Falle, dass man nur zu experimentiren und nicht zu beobachten hatte, nicht mehr auf die mindeste Schwierigkeit. Ja, die ganze einstellende Thätigkeit gestaltete sich bald zu einer so rein mechanischen, dass sie selbst dann noch auszuüben war, wenn man den Apparat bedienen und zugleich selbst beobachten musste. So habe ich mich schließlich auch zu meinen eigenen Beobachtungen des verbesserten Apparates bedient, und in der Verbindung beider Thätigkeiten, der manipulirenden und der urtheilenden, niemals eine besondere Schwierigkeit finden können.

Zur Vervollständigung meiner Beschreibung habe ich nur noch zu erwähnen, dass auf dem Standbrette des Apparates Filzscheiben angebracht waren, die zum leichteren Auffangen der zurückprallenden Kugeln dienen sollten und zu dem Zwecke im geeigneten Momente durch Hebelvorrichtungen emporgeschnellt werden konnten. Ich

habe mich derselben nur ganz zu Anfang bedient, später aber in der dem Pendel einfach nacheilenden Hand, bez. dem Zeigefinger derselben, eine bequemere und sicherere Auffangvorrichtung gefunden. Bei Benutzung des einarmigen Pendels wurde übrigens jener mechanische Auffang ohnehin überflüssig. Zur Verhütung von Resonanz waren unter dem Apparate die schon erwähnten Filzunterlagen angebracht; aus gleichem Grunde waren auch die freien Enden des Gradbogens mit Tüchern umwickelt.

Der ganze Apparat stand auf einem festen, von der Wand isolierten Tische. Bei Beginn einer Versuchsreihe wurden Tisch und Apparat mittelst Wasserwage genau horizontal eingestellt; erst dann wurde die oben erwähnte Prüfung des Gradbogens vorgenommen und ferner der Stand der Einstellungsklemmen in der Nulllage fixirt. Die weiteren Einstellungen wurden dann nicht mehr mittelst Stahldrahtmarke ausgeführt, sondern mit Berücksichtigung der auch in der Nulllage vorkommenden und hier ein für alle Male der Größe nach bestimmten Differenz durch den scharfen Rand der Einstellungsklemmen selbst markirt.

In dieser Einrichtung schien mir der Apparat allen Anforderungen zu genügen. Er war vollständig frei von merklichen Fehlern, vor Allem von qualitativen Verschiedenheiten, die sonst gerade bei den akustischen Versuchen so störend einwirkten und die, wenn überhaupt, so nur unter großen Schwierigkeiten sich beseitigen ließen. Die Handhabung des Apparates ferner war die denkbar einfachste, die Aufeinanderfolge der Schläge eine schnelle und somit die mögliche Zahl der Versuche eine verhältnismäßig große. Ich halte das für ein Hauptforderniss bei der experimentellen Prüfung unserer Methode. Gerade dies überaus einfache, schnelle und doch nicht hastende Experimentiren am Apparate machte den letzteren zur vorliegenden Untersuchung besonders geeignet. Wir griffen deshalb zu ihm, obgleich in dem Fallphonometer ein feinerer und präziserer Apparat zur Verfügung stand.

B. Aenderung der Schallstärke mit der Fallhöhe.

Alle die aufgezählten Vorzüge des Apparates würden für die rechnerische Ausnutzung der Versuche ganz hinfällig, wenn wir über die genaue Größe der Schalldifferenzen, also über die verhältniss-

mäßige Aenderung der Schallstärke mit der Höhe des Falles nicht bestimmte, über allen Zweifel richtige Voraussetzungen machen könnten. Ohne Bedenken nahmen die älteren Experimentatoren directe Proportionalität beider Größen an; Fechner zweifelt nicht einen Augenblick an der Richtigkeit dieser Voraussetzung und gibt gleich bei der ersten Besprechung des Schallpendels eine dementsprechende Tabelle¹⁾ für die Beziehungen zwischen Schallintensität und Pendelelevation. Es ist vom theoretischen Standpunkte allerdings auch schwer abzusehen, durch welche andere einfache Function sich diese Stärkeänderung des Schalles sollte darstellen lassen, und es müssten etwaige Abweichungen von der Formel durch störende physikalische Vorgänge, wie Reibung und Luftwiderstand, Formänderung und mechanische Erschütterung oder dgl. verursacht sein. Nun haben frühere Beobachter, wie Tischer, G. Lorenz und Merkel, in ihren empirischen Beobachtungsreihen allerdings solche Abweichungen constatirt, indess hat Starke nachgewiesen, dass dieselben auf rein psychische Ursachen zurückzuführen seien, dass sie nämlich in der »Nichtberücksichtigung theils der Zeitlage der verglichenen Schallstärken, theils der vermöge des Weber'schen Gesetzes zu erwartenden Schätzungsdifferenz Δ « ihren Grund haben. Starke²⁾, findet, wenigstens für einen bestimmten Fallapparat (das Fallphonometer) und innerhalb gewisser Gewichts- und Höhengrenzen, dass die Schallstärke vollkommen genau proportional sich ändere sowohl mit dem Gewichte als besonders mit der Fallhöhe; er zeigt damit zugleich, dass jene äußeren Störungen von verschwindender Größe und daher ohne allen Einfluss sind. Muss ich auf der einen Seite Frank Angell³⁾ darin Recht geben, dass es »eine exact nicht lösbare Aufgabe sei, denjenigen Theil der Fallenergie zu berechnen, der sich in Schallbewegung umsetzt«, so befolge ich auf der andern Seite nur das Beispiel des Ebengenannten, wenn ich die Starke'schen Untersuchungen als grundlegend betrachte und auf sie mich beziehe. Auch ich habe für meine Versuche die strenge Proportionalität zwischen Schallstärke und Höhe

1) Fechner, Elemente. I. S. 179 ff.

2) Starke, Die Messung von Schallstärken. Phil. Stud. III, S. 264 ff.

3) Frank Angell, Untersuchungen über die Schätzung von Schallintensitäten etc. Phil. Stud. VII, S. 439 f.

vorausgesetzt; ich glaubte dies um so unbedenklicher thun zu können, als ich mich bezüglich der Höhen an der unteren Grenze der Starke'schen Scala hielt, für die das Gesetz stricte zuträfe, und als ich ferner einen aus ähnlichen Materialien hergestellten Apparat benutzte, derart, dass elastische Vollkugeln (hier Hartgummi, dort Elfenbein und Stahl) auf eine Ebenholzplatte aufschlugen. Der Umstand, dass dort freier Fall, hier Pendelbewegung vorlag, thut gar nichts zur Sache; in ihrem Effecte, auf den es allein ankommt, ist mathematisch die eine Bewegung auf die andere zurückzuführen.

Der Pendelapparat in seiner jetzigen Einrichtung verbot von selbst das umständliche Versuchsverfahren, wie es Tischer, Lorenz und Merkel mit Verwendung verschieden großer Kugeln durchführten. Dafür ermöglichte er aber in einfachster Weise die Prüfung des Proportionalitätsgesetzes durch besondere Versuche.

Vergegenwärtigt man sich, dass die gesammte Fallenergie, also die ganze lebendige Kraft des pendelnden Stabes und der Kugel — ich nenne sie L — zunächst vermindert wird um die zur Ueberwindung des Luftwiderstandes und der Reibung im Achsenlager nöthige Arbeit (W und A), nach dem Auftreffen sich aber vollständig und genau umsetzt in die lebendige Kraft des Rückpralls (R), in die für eine dauernde Deformation der Kugel und des Anschlagbrettes erforderliche Arbeit (D) und in die Schallintensität (J), so kann man folgende Gleichung ansetzen:

$$L - W - A = R + D + J$$

bez.

$$L - R - (W + A + D) = J$$

Von anderen Componenten, wie sie Angell noch anführt, kann bei der Beschaffenheit des Apparates und der geringen Größe der Fallhöhen füglich abgesehen werden. Die Axenreibung und den Luftwiderstand beim Rückprall kann man sich mit den entsprechenden Werthen A und W vereinigt denken; sie verändern in der Gleichung jene Größen nicht wesentlich und keinesfalls zu Ungunsten der folgenden Voraussetzung. Bei der geringen Größe der gesammten Fallenergie dürften die Componenten W , A und D und auch ihre Summe verschwindend klein sein. Von dem Luftwiderstande ist das hinreichend in ähnlichen Fällen schon nachgewiesen, die Axenreibung war durch Verwendung fein polirter, stählerner Spitzen,

sowie durch öfteres Oelen auf ein Minimum reducirt, vor allem aber die Deformation auch in ihrem Endeffect so unmerklich, dass selbst nach Ausführung einer sehr beträchtlichen Menge von Versuchen eine sichtbare Aenderung an Kugel oder Klotz nicht zu constatiren war. Mit zunehmender Fallhöhe wird nun die durch die drei Größen repräsentirte Gesamtarbeit $W + A + D$ natürlich wachsen. Die Kleinheit dieses Werthes berechtigt uns zu der Annahme, dass dies Anwachsen angenähert proportional der lebendigen Kraft, also der Höhe vor sich gehe und dass die etwaige Abweichung von der Proportionalität als verschwindend kleine, zu vernachlässigende Größe angesehen werden dürfe. Eine solche proportionale Zunahme ist von der Deformation a priori anzunehmen, auch für den Luftwiderstand ließe sich der entsprechende Nachweis für kleine Amplituden führen unter der üblichen Annahme, dass beim Pendel sich dieser Widerstand proportional der Geschwindigkeit ändere; nur die Axenreibung setzt in Bezug hierauf der mathematischen Behandlungsweise Schwierigkeiten entgegen.

Nun ist

$$L \equiv \frac{1}{2}mv^2 = k.h$$

Durch Verminderung um $W + A + D$ würde, nach unserer Annahme $W + A + D = k_1h$, nur der Proportionalitätsfactor verändert werden, also

$$L' \equiv L - (A + W + D) = c . h$$

sein. In der übrigbleibenden Gleichung

$$L' - R = J$$

müsste somit J genau proportional zu h sein, wenn dasselbe von R behauptet bez. nachgewiesen werden könnte. — Der Einfachheit wegen habe ich mich überall auf die Fallhöhe h bezogen; führt man an ihrer Stelle den Elevationswinkel α ein, so ist, wie eine einfache mathematische Betrachtung zeigt, das h durch $\sin^2 \frac{\alpha}{2}$ zu ersetzen.

Bezeichnen wir die Rückprallwinkel mit A , so nimmt die Bedingungsgleichung für die Proportionalität von J die Form an:

$$C_1 \sin^2 \frac{A}{2} = C_2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

oder also

$$\frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = C \dots \dots \dots (I)$$

Versuche zur Prüfung dieser Relation waren am Apparate leicht auszuführen. Es wurde der untere Theil des Gradbogens, so weit es nöthig war, in Zehntel Grade eingetheilt und der jedesmalige Rückprall der aus verschiedenen Höhen herabfallenden Pendelkugel bestimmt. Als Marke diente wieder ein durch Wachs an der Kugel befestigtes Stück feinen Stahldrahtes. Das Ablesen der Winkel war wegen der verhältnissmäßig geringen Geschwindigkeit der zurückprallenden Kugel in der Nähe des Umkehrpunktes mittelst vorgehaltener Lupe ganz bequem auszuführen. Für die bei den späteren Versuchen in Betracht kommenden Hauptelevationen 30°, 40°, 50° und 60° wurden hintereinander je 10—20 Versuche angestellt, aus den Beobachtungen der mittlere Werth des Winkels *A* bestimmt,

daraus das Gesamtmittel *A_m* gezogen und hiermit $C = \frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

berechnet. In Tab. I sind die *A*, *A_m* und *C* zusammengestellt.

Tabelle I.

α	A									A_m	C
	I	II	IV	V		VI		VII			
				a	b	a	b	a	b		
30°	13,36	13,92	13,40	14,25	14,03	13,95	13,93	14,06	13,85	13,86	0,218
40°	17,66	19,36	17,17	18,81	18,65	18,49	18,45	18,28	18,19	18,34	0,217
50°	22,46	22,85	21,18	22,50	22,72	22,12	22,20	22,66	22,74	22,38	0,211
60°	26,75	26,96	25,92	26,72	26,67	26,30	26,33	26,92	26,68	26,58	0,211

Die römischen Ziffern nennen die Nummer der Versuchsreihe. Reihe III wurde unterbrochen; sie wurde weggelassen, obgleich die Fragmente sehr gut zu den Vollreihen passten. In V, VI und

VII wurden am Anfang und am Ende einer längeren, nachher zu beschreibenden Reihe Versuche angestellt, die unter a und b aufgeführt sind.

Die beobachteten Winkel lassen eine sehr gute Uebereinstimmung unter einander, und die C für die verschiedenen Haupt-einstellungen eine kaum zu erwartende Constanz erkennen; die schließlichen Durchschnittswerthe weichen von ihrem Mittel im Maximum um nur 1,3 bez. 1,4% ab. Von Zufälligkeit kann dabei keine Rede sein, es folgt vielmehr hieraus schon auf's deutlichste, dass die Schallstärke in der That regelmäßig mit der Höhe zunimmt und dass unsere Annahme bezüglich der Reibung u. s. w. berechtigt war. Die geringen Abweichungen der einzelnen Reihenwerthe für ein und dieselbe Einstellung erklären sich daraus, dass verschiedene Versuchstage und deshalb irgendwie veränderte Versuchsumstände, wie sie z. B. durch Oelen des Apparates, durch kleine Verschiebungen der Kugel oder der Filzhülle gegeben waren, in Betracht kamen. Innerhalb der einzelnen Beobachtungsreihen von 10—20 Versuchen waren die Variationen ganz minimal, im Maximum $0,1^\circ$ — $0,2^\circ$, so gering, dass ich mich zu einer genaueren Wiederholung der Versuche und zu einer Prüfung des Proportionalitätsgesetzes unter weniger allgemeiner Vorraussetzung veranlasst fand.

Nimmt man nämlich an, dass $S = W + A + D$ nicht überhaupt verschwindend klein bez. proportional zu jedem h sei, dass es aber wenigstens innerhalb kleiner Elevationsgebiete entweder völlig constant bleibe oder doch sich proportional der Höhenzunahme verändere, so kann man für die verschiedenen Einstellungen innerhalb eines solchen begrenzten Gebietes die Gleichungen aufstellen:

$$L_1 - S_1 - R_1 = J_1$$

$$L_2 - S_2 - R_2 = J_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

Ist hierbei $S_1 = S_2 = \dots$, so lassen sich die S -Werthe unmittelbar durch eine Constante c' ersetzen. Aber auch, wenn nach der andern Annahme $S_2 - S_1 = c(h_2 - h_1)$ u. s. f., d. h. $S_1 = ch_1 \pm c'$ u. s. f. ist, kann der variable Theil ch_1 mit L_1 vereinigt werden. In beiden Fällen erhält man also eine Reihe Gleichungen von der Form:

$$L \pm c' - R = J$$

und es muss, wenn J proportional h sein soll,

$$\pm c' - R = \kappa h$$

d. h., ohne Rücksicht auf das Vorzeichen,

$$\sin^2 \frac{A}{2} = C \sin^2 \frac{\alpha}{2} + C' \dots \dots \dots (II)$$

sein.

Diese Beziehung hat für alle in Betracht kommenden Höhen zu gelten; dabei muss C für alle Einstellungen wesentlich sich gleich bleiben, während C' wenigstens innerhalb eines begrenzten Gebietes als völlig constant vorausgesetzt wird. Sollen sich diese Gleichungen mit den früheren (I) decken, soll also wirklich, wie es nach Tab. I den Anschein hatte, die Größe $S = W + A + D$ verschwindend klein oder allgemein proportional h sein, so muss C' in allen Fällen Null oder nahezu Null werden.

Es galt jetzt also, für einzelne solcher engen Scalengebiete bei nur geringer Variation der Höhe sich Reihen von Beobachtungsergebnissen zu verschaffen. Praktisch wurde denn bei jeder der vier in Betracht kommenden Normalhöhen die Amplitude immer um nur je $1/2^\circ$ verändert bis zu einer Maximalhöhe $(\alpha + 5)^\circ$, die Größe des jedesmaligen Rückpralls notirt und aus 6 — 15 Beobachtungen das Mittel gezogen. Im allgemeinen konnte man hier nicht so viele Einzelfälle zu einem Mittelwerthe vereinigen, wie früher. Vor allem kam es darauf an, unter völlig gleichbleibenden Umständen eine ganze Reihe von 30° — 60° durchzuführen und so vergleichbare Resultate zu erhalten. Es wurde daher, wenn die Ausschläge volle Constanz zeigten, schon nach etwa 6 Versuchen ein neuer Winkel eingestellt, bei irgendwelcher Veränderlichkeit des Rückprallwinkels dagegen die Reihe noch fortgesetzt. Zum Schlusse einer Reihe wurden für die Haupteinstellungen selber Controlversuche angestellt, um Gewissheit darüber zu erhalten, dass die Resultate und also die Versuchsumstände durchweg nahezu dieselben geblieben waren.

In Tab. II sind die Resultate von drei so durchgeführten Reihen (V, VI und VII) zusammengestellt. Die je 4. Horizontalreihe enthält die 11 Mittelwerthe $A_0, A_1 \dots A_{10}$, die, in die Gleichungen II eingesetzt, zur Bestimmung der wahrscheinlichsten Werthe der Constanten C und C' benutzt wurden. C und C' stehen in der vorletzten und letzten Verticalspalte der Tabelle.

Tabelle II.

Zugefügte	$D \rightarrow$	0°	$1/2^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	C	C'
30°	I	14,25	14,39	14,60	14,79	14,98	15,31	15,44	15,61	15,72	15,92	16,12		
	II	13,95	14,20	14,39	14,66	14,92	15,13	15,29	15,41	15,62	15,88	16,00		
	III	14,07	14,24	14,48	14,60	14,81	14,99	15,29	15,49	15,79	15,87	16,07		
	A_m	14,09	14,28	14,49	14,68	14,90	15,14	15,34	15,51	15,71	15,89	16,06	0,194	0,0021
40°	I	18,81	18,99	19,40	19,59	19,69	19,79	20,00	20,17	20,36	20,57	20,79		
	II	18,49	18,70	18,98	19,18	19,39	19,50	19,66	19,81	20,00	20,14	20,23		
	III	18,28	18,56	18,68	19,13	19,28	19,46	19,68	19,79	19,97	20,19	20,30		
	A_m	18,53	18,75	19,02	19,30	19,45	19,58	19,78	19,52	20,11	20,30	20,44	0,189	0,0040
50°	I	22,50	22,74	22,98	23,18	23,44	23,70	23,84	24,18	24,30	24,48	24,58		
	II	22,12	22,29	22,50	22,69	22,91	23,08	23,19	23,31	23,53	23,70	23,86		
	III	22,66	22,88	23,05	23,25	23,39	23,63	23,79	24,06	24,32	24,49	24,69		
	A_m	22,43	22,64	22,84	23,04	23,25	23,47	23,61	23,85	24,05	24,22	24,38	0,201	0,0021
60°	I	26,72	26,98	27,23	27,33	27,48	27,70	27,85	28,07	28,20	28,39	28,55		
	II	26,30	26,44	26,54	26,61	26,92	27,15	27,39	27,64	27,86	28,25	28,55		
	III	26,92	27,20	27,41	27,59	27,88	28,04	28,13	28,31	28,53	28,78	28,88		
	A_m	26,65	26,87	27,06	27,18	27,43	27,63	27,79	28,01	28,20	28,47	28,60	0,210	0,0007

Die Resultate weichen in doppelter Beziehung von denen der Tab. I etwas ab. Einmal lassen sie nicht in demselben Grade wie dort Constanz erkennen, die größte Abweichung vom Mittel erreicht hier den Betrag von etwa 5%. Sodann ergeben sich auch etwas kleinere Werthe, das Mittel ist von 0,214 auf 0,199 zurückgegangen. Zieht man aber in Rücksicht, dass nur drei Reihen — gegen neun dort — zur Berechnung ausgenutzt werden konnten, dass ferner die Beobachtung hier eine ungleich schwierigere und anstrengendere war, sowie auch dass kleine Beobachtungs- und Einstellungsfehler hier ganz anders ins Gewicht fallen als dort, so darf man immerhin mit den Ergebnissen recht zufrieden sein. Auf keinen Fall zeigen sie eine gleichmäßige Zu- oder Abnahme, aus der man auf ein anderes als proportionales Verhalten schließen könnte. Die Constante C' ist außerordentlich klein, für 60° sogar fast Null. Bei dieser größten Haupteinstellung 60° stimmt auch die Constante C völlig mit der in Tab. I gefundenen Zahl überein, ein Umstand, der für die späteren Untersuchungen, bei welchen diese Elevation vor den andern wesentlich bevorzugt wurde, nur günstig sein kann.

So lassen denn die Ergebnisse keinen Zweifel darüber, dass auch für unsern Pendelapparat jenes Gesetz der Schallstärkeänderung hinreichend genau gilt, dass also die Schallintensität direct proportional mit der Höhe bez. mit dem Quadrat des Sinus des halben Einstellungswinkels zunimmt. Damit drücken sich die sämtlichen, später in Betracht kommenden Schalldifferenzen bezogen auf die entsprechende Normalintensität, durch folgende, in Tab. III zusammengestellten Werthe aus.

Tabelle III.

[Schalldifferenzen D/i (i die jedesmalige Normalintensität).

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7	$7\frac{1}{2}^\circ$
30°	0,033	0,066	0,100	0,134	0,169	0,204	0,240	0,276							
40°	0,024	0,049	0,073	0,098	0,123	0,148	0,174	0,200	0,226						
50°	0,019	0,038	0,057	0,076	0,095	0,115	0,134	0,154	0,174	0,194	0,214				
60°	0,015	0,030	0,046	0,061	0,077	0,092	0,108	0,123	0,139	0,155	0,171	0,187	0,203	0,219	0,235

Ihrer relativen Stärke nach verhalten sich die Schalle bei den Haupteinstellungen 30° , 40° , 50° und 60° , bezogen auf die Intensität bei 30° als Einheit, wie

$$1 : 1,746 : 2,666 : 3,732 .$$

C. Allgemeines über die Versuchsanordnungen.

Wir kommen nunmehr dazu, die von uns ausgeführten Versuche selbst näher zu beschreiben. Im Großen und Ganzen hielten wir uns dabei an folgenden Plan: Es sollte zunächst nach dem bisher meist angewandten »wissentlichen« Verfahren die Methode geprüft werden. Da hierbei der Beobachter mit den Einstellungen und sonstigen Manipulationen bekannt sein durfte, war zu Allem eine einzige Person hinreichend, die zugleich das Pendel einstellte, die Schalle erzeugte und die Reizdifferenz beurtheilte. Sodann aber sollte die Prüfung der Methode durch Modification des Verfahrens bez. durch Complication der Versuchsbedingungen vorgenommen werden. Naturgemäß mussten hier Beobachter und Experimentator getrennt, d. h. es mussten noch eine oder mehrere Personen zu den Versuchen zugezogen werden. In dankenswerther Weise haben sich hierzu im Laufe der Jahre verschiedene Mitglieder des psychologischen Instituts zur Verfügung gestellt; leider haben auch hier die älteren Versuche wegen ihrer Unzulänglichkeit und wegen der oben geschilderten Mangelhaftigkeit des Apparates unberücksichtigt bleiben müssen. Für die Rechnung sind nur die Beobachtungen der Herren Gale (G) und Titchener (T) in Betracht gezogen worden. Beide Herren haben mit unermüdlicher Ausdauer die nicht gerade abwechslungsreichen und daher wenig angenehmen Schalleindrücke auf sich wirken lassen und haben mehrere bis zu gewissem Grade vollständig abgeschlossene Reihen von Urtheilen geliefert, wofür ich ihnen auch an dieser Stelle den schuldigen Dank bringe.

Im Interesse der Gesamtuntersuchung erschienen solche Abänderungen des Versuchsverfahrens als sehr wünschenswerth; sie waren mit Erfolg schon von Camerer u. A. vorgenommen worden und es lag gegen ihre Zulässigkeit irgend ein Bedenken nicht vor. Es war klar, dass die Gültigkeit der Methode keine Einbuße erleiden konnte, in welcher Weise auch den Beobachtern die Reize nach

einander geboten wurden. Darauf konnte es im Princip nicht ankommen, ob die Beurtheiler mit voller Kenntniss oder mit absoluter Ungewissheit an das Darzubietende herangingen; es konnte dies wohl eine größere oder geringere Schwierigkeit im Beobachten, eine Aenderung in der Spannung der Aufmerksamkeit, eine andere Sicherheit in der Abgabe des Urtheils zur Folge haben, es konnte dadurch die Zahl der abgegebenen Urtheile einer bestimmten Art oder der absolute Werth der aus den Formeln zu gewinnenden Größen verändert werden: die Beobachtungsergebnisse in ihrer Beziehung zu einander, der relative Verlauf der erhaltenen Werthe, wenn sonst sie als Maßgrößen der Empfindlichkeit sich tauglich erweisen sollten, mussten dieselben bleiben.

So wurde denn das Versuchsverfahren zunächst dahin abgeändert, dass die Beobachter zwar noch immer die Größe der Reizdifferenz kannten, dass sie aber darüber, ob der lautere Schall zuerst oder zu zweit kam, also über die Zeitfolge in einiger Ungewissheit blieben, — ich sage in »einiger« Ungewissheit, da bei dem etwas regelmäßigen Wechsel der Reihenfolge, wie er unten näher beschrieben werden wird, möglicher Weise die Einübung und Gewöhnung eine Rolle gespielt haben können. — Dieser Umstand, sowie besonders auch die nach mehr als einer Richtung hin auffallenden Beobachtungsergebnisse veranlassten mich, diese zweite Methode später zu wiederholen und hierbei die Aufeinanderfolge der Reize ganz willkürlich abzuändern. Vorher waren in einer besonderen dritten Reihe die Versuchsbedingungen noch in der Weise erschwert, dass die Beobachter sowohl über die Zeitfolge als auch über die Größe der Reize und ihrer Differenz völlig im Ungewissen gelassen wurden.

Ich nenne diese drei Arten der Versuchsmethoden die »ganz wissentliche« (I), die »halbwissentliche« (IIa u. b) und die »ganz unwissentliche« (III).

Alle Beobachter, die hierbei mitwirkten, waren mit der Theorie der Methode vertraut, auf die Versuche genügend vorbereitet und durch eine Menge am Apparat angestellter Experimente völlig eingeübt. Sämmtliche Versuche wurden in demselben Raume ausgeführt, nämlich in einem von allem Tagesgeräusche fernen Zimmer, demselben übrigens, in welchem auch alle früheren Schallversuche, insbesondere die Starke'schen angestellt worden sind.

IV. Das »ganz wissentliche« Versuchsverfahren.

Nach dem Verfahren I habe ich allein, ohne Zuziehen einer zweiten Person, Jahre lang Beobachtungen ausgeführt. Als Bediener des Apparates saß ich unmittelbar am Tische vor dem Schallpendel und hörte so die Schläge in einer Entfernung von etwa $\frac{1}{2}$ m. Die Einstellungen wurden in den älteren Versuchen für alle Amplituden in verhältnissgleichen Höhenabständen variirt, später aber — und zwar in den für die Rechnung in Betracht kommenden Fällen — wegen der Schwierigkeit des Einstellens in gleichen Winkeldifferenzen von $\frac{1}{2}^\circ$ zu $\frac{1}{2}^\circ$ ebenfalls für alle Höhen abgeändert, und zwar bis zu solcher Größe der Differenz, dass alle oder nahezu alle Fälle »richtig« waren. Während früher die Differenz erst nach ihrer völligen Erledigung, also nach etwa 1000 Versuchen, verändert wurde, ging ich später, um die Versuche von der Zeit unabhängiger und mit einander besser vergleichbar zu machen, schon nach je 25 Versuchen zu einer neuen Einstellung aufsteigend oder absteigend über, im ganzen derart, dass gleichviele Resultate derselben Differenz in der einen wie in der andern Richtung gewonnen wurden, natürlich auch so, dass alle Einstellungen möglichst gleich oft am Anfange, in der Mitte und am Ende einer Tagesversuchsgruppe vorkamen. Es blieb eben hier der combinatorischen Thätigkeit des Experimentators ein weites Feld offen. Ich habe mich bemüht, alle etwaigen Einseitigkeiten möglichst auszugleichen und alle aus der Versuchsanordnung entspringenden Fehler zu vermeiden. Dass ich dabei in erster Linie an den Zeitfehler zu denken hatte und die Schläge gleich oft in der einen wie in der andern Reihenfolge bringen musste, versteht sich von selbst. Im ganzen habe ich mir die Erfahrungen früherer Beobachter, insbesondere diejenigen Fechner's zu Nutze gemacht; so habe ich auch nach dem Beispiele des letzteren die Aufeinanderfolge der Reize nicht zu oft gewechselt, sondern immer je 25 Versuche derselben Folge hinter einander ausgeführt.

Die zu vergleichenden Schalle folgten einander in ca. 0,5—0,75 Secunden, zwei Doppelversuche je nach Erledigung aller Nebenarbeiten in 3—5 Secunden. Die Gewöhnung brachte hier schließlich eine ganz genaue Regelmäßigkeit mit sich. Nach je 25 Versuchen wurde eine kleinere, nach je 100 Versuchen eine längere Pause

gemacht. In der Regel wurden hinter einander 400—600, bei größeren Differenzen noch mehr Beobachtungen angestellt, doch ließ ich innerhalb der ganzen Reihe noch eine oder mehrere große Pausen von ca. 10 Minuten eintreten. Bei den älteren Versuchen wurde vor jeder Reihe Pulszahl und Zimmertemperatur aufgeschrieben; da eine hierdurch bedingte wesentliche Abweichung der Resultate sich aber nicht constatiren ließ, sah ich später von dieser Bestimmung ab und nahm nur bei außergewöhnlichen Umständen eine entsprechende Bemerkung zu Protocoll. Eine etwaige Mitwirkung des Gesichtssinns bei Bildung des Urtheils machte ich dadurch völlig unmöglich, dass ich zu Beginn jedes Versuches entweder die Augen schloss oder einen unbestimmten Punkt der nahen gegenüberliegenden Wand fixirte. Die Beobachtungszeit war meist dieselbe, nämlich die Stunden von 10—12 Uhr Vormittags, unmittelbar nach 4 Uhr Nachmittags, oder von 6—7 Uhr Abends.

Um die Resultate bequemer und schneller registriren zu können, wurde von der Schreibmethode Abstand genommen und dafür die Auszählmethode, wie sie meines Wissens auch G. Lorenz angewendet hat, gewählt. Ich schnitt mir zu dem Ende aus Kartenblättern je 25 Marken von vier verschiedenen Formen, nahm diesen Gruppen entsprechend vier abweichend große Pappkästen, die ich durch Scheidewände in je drei Fächer eintheilte und oben entsprechend mit drei schmalen Einwurfsöffnungen versah. So konnten innerhalb einer Reihe von 25 Versuchen »richtige«, »falsche« und »zweifelhafte« (bez. »gleiche«) Fälle durch Einwerfen einer Marke in das entsprechende Fach gekennzeichnet werden. Nach je 100 Versuchen wurden sämtliche Fächer ausgezählt und die Resultate, genau gruppirt, aufgeschrieben. Neben größerer Bequemlichkeit hatte diese Registrirmethode noch den Vorzug vor der sonst angewandten Schreibmethode, dass man über die Zahl der abgegebenen Urtheile, die man dort aus dem geschriebenen Protocoll jederzeit leicht ersehen konnte, mehr im Unklaren blieb. Absichtlich wurden deshalb auch geräuschlos niederfallende Marken aus Carton angefertigt, damit man nicht aus dem Geräusche des Auftreffens auf dem Boden des Kastens einen präoccupirenden Schluss auf die Menge der schon vorhandenen Marken ziehen konnte.

Ich habe darauf verzichtet, meine älteren Beobachtungsreihen

rechnerisch genau durchzuarbeiten. Wegen der Mängel des Apparates sind sie zur Prüfung der Methode nicht geeignet; würden sie auch angenähert für das Rechenprincip oder für eine der Deutungsweisen der Methode sprechen — und in der That thun sie das, wie eine oberflächliche Betrachtung und Durchrechnung der Resultate zeigt — so blieben sie doch mit Recht dem Einwande gegen die Technik des Apparates und die physikalischen Vorbedingungen ausgesetzt, während anderseits ihre mangelhafte Uebereinstimmung mit den Forderungen der Theorie noch nichts gegen letztere beweisen würde. Ich betrachte aber die Versuche als ein ganz wesentliches Uebungsmaterial und werde beim Hervorheben allgemeiner Erfahrungen und Thatsachen, auf welche rechnerische Feinheit ohne Einfluss ist, öfter auf sie Bezug nehmen. Sie sind angestellt im April bis August 1889 in der Gesamtzahl 65 000, sowie dann vom September bis December desselben Jahres in der Zahl 17 000 und erstrecken sich in ihrem ersten Theile über das ganze Bogengebiet 10° — 80° , in ihrem zweiten Theile auf die Haupteinstellungen 40° und 50° . Die späteren Versuche, die allein einer genauen Durchrechnung unterworfen wurden, sind im August bis December 1890 an dem verbesserten Apparate mit nur einer Pendelkugel ausgeführt. Die von der einen Einstellungsmarke abgelassene Kugel wurde beim Rückprallen aufgefangen, an die inzwischen mittelst der Gummifadenmechanik fixirte zweite Einstellungsmarke geführt und entsprechend wieder losgelassen und aufgefangen. Diese Manipulation, so schwierig und verwickelt sie dem Leser erscheinen mag, war durch Uebung schließlich so geläufig und mechanisch geworden, dass durch sie die beurtheilende Thätigkeit in keiner Weise beeinträchtigt wurde. Auch hier wurde zur Erleichterung ein öfterer Wechsel der Zeitfolge vermieden; in je 25 Versuchen blieb die Handhabung vollständig dieselbe, dann wurde mit gleichzeitiger Abänderung der Differenz die Reihenfolge und also die Manipulation in allen ihren Theilen umgekehrt. Im Ganzen sind für jede Einstellung unter Beobachtung aller Combinationen 1000 Versuche ausgeführt. Die ganz kleinen und großen Einstellungen wurden aus Zweckmäßigkeitsgründen weggelassen: die bei den früheren Experimenten gewonnene Erfahrung lehrte, dass bei jenen die Fallhöhen zu gering, die Schalle zu wenig bestimmt und die relativen Einstellungsfehler zu groß wurden,

bei diesen aber die Handhabung sich wesentlich erschwerte und an Sicherheit deshalb abnahm. So wurden denn nur die Hauptamplituden 30° , 40° , 50° , und 60° in Betracht gezogen. Die Menge der gewonnenen Beobachtungen beträgt hier 45 000. Zu erwähnen bleibt noch, dass die Manipulation bei der Einstellung $D = 0^\circ$ genau dieselbe war wie sonst, dass insbesondere auch beide Fixationsmarken benutzt wurden, gerade so, als wenn eine endliche Differenz eingestellt wäre. Auf diese Weise wurde es möglich, den Einfluss der Zeitlage auch hier zu beobachten, ferner aber drängte sich von selbst die Anwendung einer bestimmten Bezeichnungsweise auf: als »richtig« wurde bei $D = 0^\circ$ ein Fall notirt, wenn der lautere Schall erzeugt war durch die von der obern Marke abgelassene Kugel. Tab. IV gibt die unmittelbar erhaltenen Urtheile in Procenten.

Tabelle IV.

α	30°			40°			50°			60°		
D	r	f	g	r	f	g	r	f	g	r	f	g
0°	18,4	17,7	63,9	20,2	19,5	60,3	24,0	23,4	52,6	24,3	23,3	52,4
$1/2^\circ$	31,0	13,1	55,9	32,3	15,7	52,0	31,3	18,0	50,7	31,6	20,8	47,6
1°	47,0	9,7	43,3	43,1	10,3	46,6	37,1	13,9	49,0	38,4	15,9	45,7
$1 1/2^\circ$	57,6	6,6	35,8	54,8	6,5	38,7	48,0	12,2	39,8	45,4	12,8	41,8
2°	68,2	3,5	28,3	67,4	4,2	28,4	57,1	8,0	34,9	55,5	11,2	33,3
$2 1/2^\circ$	77,7	0,9	21,4	74,9	1,9	23,2	62,9	4,9	32,2	58,3	9,3	32,4
3°	88,0	0,4	11,6	83,3	0,6	16,1	71,7	2,3	26,0	63,7	7,0	29,3
$3 1/2^\circ$	92,4	0,1	7,5	88,7	0,2	11,1	79,5	1,0	19,5	71,4	5,4	23,2
4°	97,6	—	2,4	93,3	0,1	6,6	83,6	0,4	16,0	76,4	4,4	19,2
$4 1/2^\circ$				97,2	—	2,8	87,1	0,5	12,4	81,7	2,1	16,2
5°							91,3	0,1	8,6	86,7	1,3	12,0
$5 1/2^\circ$							95,0	0,2	4,8	90,5	0,3	9,2
6°										94,4	0,1	5,5

»Eigentlich zweifelhafte«, d. h. solche Fälle, bei denen wohl das Vorhandensein eines Unterschiedes, nicht aber seine Richtung festzustellen war, kamen in der ganzen Reihe, wohl infolge langjähriger Uebung im Beobachten, überhaupt nicht vor, oder sie waren durch äußere Störungen veranlasst und wurden dann ganz ausgeschlossen. — Die »richtigen« und »falschen« Fälle sind bei $D = 0$ überall in fast völlig gleicher Zahl vorhanden. Damit ist die Grundbedingung der Methode erfüllt und das Vorhandensein eines einseitigen constanten Fehlers unwahrscheinlich geworden. Die kleine Abweichung, die freilich bei allen Einstellungen zu Gunsten der » r «-Urtheile sich zeigt, ist wohl rein zufällig; wenigstens ist solche Einseitigkeit in den früheren und späteren Versuchen nicht bemerkbar. Dagegen tritt bei $D = 0$ eine andere Abweichung hervor, ich meine die Abnahme der Urtheile »gleich« gegenüber den übrigen Fällen bei wachsender Reizstärke; wir sehen $g\%$ von 63,9 bei 30° allmählich bis 52,4 bei 60° sich vermindern. Der Beobachter zeigt also die Tendenz, bei intensiveren Reizen verhältnissmäßig öfter einen Unterschied zu constatiren als bei weniger starken. Es hängt dies wohl mit jener auch von Fechner¹⁾ angezogenen Erfahrung zusammen, »dass unter sonst gleichen Umständen die absolute Reizstärke unwillkürlich mitbestimmend für die Stärke der darauf bezogenen Aufmerksamkeit ist«. Da aber die Neigung, die g -Fälle einzuschränken, auf stärkere Anspannung der Aufmerksamkeit schliessen lässt, so erkennen wir in unsern Resultaten die wohl auch allgemein gültige psychologische Thatsache, dass der stärkere Reiz auch die Aufmerksamkeit in höherem Maße in Anspruch nimmt. Die letztere bewirkt nun eben, dass ein noch kleiner zufälliger Fehler für die Empfindung merklich wird, und gibt daher zu einer Vermehrung der Urtheile $>$ und $<$ gegenüber den »gleich« Anlass.

Von ihrem Anfangswerthe nehmen die r -Fälle nun fortwährend und regelmäßig auf Kosten der g -Fälle und vor allem der f -Fälle zu. Der Verlauf der Urtheile bestimmter Art für die Einstellung 60° ist nach Tab. IV auf Taf. I Fig. 1 in einzelnen Curven dargestellt, zu deren Erläuterung wenige Worte genügen werden. Der Einfachheit halber sind die Winkeldifferenzen selbst als Abscissen,

1) Fechner, »Ueber psych. Maßprincipien.« Phil. Stud. IV, S. 209.

die Procente der entsprechenden Fälle als Ordinaten genommen. Außer den r -, f - und g -Linien sind noch die nach Fechner'scher und Merkel'scher Vertheilung der g -Fälle gewonnenen r' - und r'' -Curven gezeichnet. Beide zeigen überall einen regelmäßigen, fast parallelen Verlauf.

Die g -Curven beginnen sonst mit Ordinaten, die die Anfangsordinaten der andern Curven mehr oder weniger übertreffen. Die f -Fälle bleiben ihrer Zahl nach stets hinter den g -Fällen zurück und verschwinden dementsprechend auch früher, und zwar viel früher, als diese. Die Verhältnisse bei 30° — 50° waren ganz analoge, so dass es für sie keiner besondern graphischen Darstellung bedurfte.

V. Versuche mit anderen Beobachtern.

Für die weiteren Versuche war die Hülfe anderer Personen unentbehrlich. Ich selber bediente ausschließlich den Apparat und konnte so auf die äußere Versuchstechnik meine ganze Sorgfalt verwenden. Das war nach mancher Seite hin von wesentlichem Vortheil: es konnte im Einzelfalle genauer eingestellt und die Kugel präziser abgelaassen werden — übrigens ein nicht zu unterschätzendes Moment —, die Differenzen konnten häufiger geändert, die Aufeinanderfolge der Schläge völlig willkürlich gemacht, endlich aber auch öfter die Differenz Null in die Reihe eingeschaltet werden. Freilich ging mit diesen praktischen Vorzügen auch ein recht empfindlicher Nachtheil parallel, der nämlich, dass man bei der Menge der zu einer Reihe erforderlichen Versuche mit der Zeit in argen Conflict gerieth und deshalb, wenn man die Zahl der Beobachtungen für die einzelnen Differenzen nicht zu gering nehmen wollte, die Zahl der Einstellungen auf das Nothwendigste beschränken musste. Zu meinem Bedauern habe ich die Prüfung der Methode nach den verschiedenen Versuchsweisen nur an der Hauptlevation 60° durchführen können; wenigstens noch eine Vergleichsamplitude zu benutzen, also die Zahl der Experimente fast zu verdoppeln, erschien mir ein Opfer, das ich den anderweit noch sehr beschäftigten Beobachtern unmöglich zumuthen konnte.

Nach dem II. Verfahren (dem halbwissentlichen) wurden, wie oben schon erwähnt, zwei Reihen durchgeführt. Die Beobachter

G. und T. hörten gleichzeitig. Bei andern psychophysischen Methoden war dies ein Nachtheil, dem man absichtlich aus dem Wege ging; hier, wo die Beobachter völlig isolirt und von einander unabhängig waren, wo vor allem die Art der abgegebenen Urtheile auf die Zahl der Versuche ohne Einfluss war, hier schlug jener Nachtheil noch in so fern zum Guten aus, als eine von beiden Herren beobachtete äußere Störung oder Veränderung leichter und sicherer erkannt und abgestellt werden konnte. Die Beobachter nahmen hier sowohl, wie bei allen andern Versuchen, dieselbe relative Stellung zum Apparate ein: sie saßen je an einem Ende eines in $2\frac{1}{2}$ m Entfernung befindlichen, langen Tisches, der eine (G.) mehr das linke, der andere (T.) mehr das rechte Ohr zum Apparate kehrend. Den Manipulationen des Experimentators und insbesondere der fallenden Kugel konnten sie bei jener ihrer Stellung, und weil ich durch meinen Oberkörper den Apparat verdeckte, mit dem Blicke nicht folgen.

Nach einigen Vorversuchen, durch welche die Beobachter an die Reize gewöhnt werden sollten, begann die aus 25 Versuchen bestehende Reihe. Jedem Einzelversuche ging in bestimmter Zeit ein von mir als Manipulator gesprochenes »Jetzt« voraus, ein Zeichen zum gleichmäßigen Anspannen der Aufmerksamkeit. Die Beobachter waren gehalten, ihr Urtheil alsbald, ohne sich längeren Reflexionen hinzugeben, zu fällen und zu notiren. Letzteres geschah auf einem dazu eingerichteten Bogen unter dem Zeichen $>$, $<$ oder $=$, das sich nach vorhergetroffener Verabredung stets auf den zweiten Schall zu beziehen hatte. Nach Beendigung der Reihe wurden die gemachten Beobachtungen allgemeiner Art über Deutlichkeit der Differenz, Schallqualität u. s. w. angegeben. Die Pausen zwischen den Einzelversuchen und namentlich zwischen den Reihen fielen hier naturgemäß etwas länger aus, sie wurden sonst aber in derselben Weise wie früher eingehalten. Meist wurden im ganzen 200 Versuche angestellt, alle zur selben Tagesstunde, zwischen 11 und 12 Uhr mittags, die überhaupt ständige Beobachtungszeit geblieben ist.

Die Beobachter kannten zunächst die Größe der eingestellten Differenz, sie wurde ihnen am Anfange einer jeden Reihe genannt; über die Reihenfolge der zu bietenden Schallreize blieben sie in Ungewissheit, jedoch wurde diese Zeitfolge nach einem ziemlich

gleichmäßig angelegten Plane geändert, auch wurde sie nach je 25 Versuchen stets entgegengesetzt genommen, wie vorher. Die erste volle Reihe wurde vom October bis December 1890 fertig. Für jede Differenzeinstellung erhielten wir 600 bez. 800 Versuche, insgesamt 7600 Urtheile von jedem Beobachter.

In Tab. V a u. b. sind die Procentsätze der r -, f - und g -, dazu hier auch noch der z -Fälle zusammengestellt.

Im allgemeinen sind die Resultate den früheren gleich; die Grundbedingung $r = f$ für $D = 0$ ist angenähert auch hier wieder erfüllt. Nur die Gleichheitsurtheile zeigen einen abweichenden Verlauf: sie beginnen mit ziemlich beträchtlichen Werthen, nehmen aber außerordentlich rasch ab und verschwinden für beide Beobachter schon bei der dritten Einstellung, also bei einer Höhendifferenz,

Tabelle Va.

r -, f -, g - und z -Fälle für G.

$D \rightarrow$	0°	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°
r	27,67	46,75	68,63	74,90	83,90	86,63	89,88	95,50	96,17	97,00	98,75
f	22,50	31,13	30,50	24,90	16,00	13,25	10,12	4,50	3,83	3,00	1,25
g	49,33	22,12	0,87	0,20	—	—	—	—	—	—	—
z	0,50	—	—	—	0,10	0,12	—	—	—	—	—

Tabelle Vb.

r -, f -, g - und z -Fälle für T.

$D \rightarrow$	0°	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°
r	24,50	30,87	38,75	50,13	70,50	69,33	80,12	84,83	92,67	96,20	
f	24,83	26,63	28,25	35,62	29,25	30,67	19,63	15,17	7,33	3,80	
g	48,17	41,25	32,37	13,50	—	—	—	—	—	—	
z	2,50	1,25	0,63	0,75	0,25	—	0,25	—	—	—	

die ca. 0,06 der Normalhöhe beträgt. In dieser zeitlich ersten Methode ist übrigens auch die Zahl der »eigentlich zweifelhaften« Fälle die verhältnissmäßig größte, wenn auch noch lange nicht so beträchtliche, dass sie rechnerisch Schwierigkeiten machen und die späteren Ergebnisse wesentlich beeinflussen könnte. Die wenigen z -Fälle sind hier, wie überhaupt immer, gleichmäßig an die r und f vertheilt.

Aus methodischen Gründen wurde $\frac{1}{2}$ Jahr später, nämlich vom Mai bis Juli 1891, dieselbe Reihe wiederholt, nur mit der Abänderung, dass die Reihenfolge der Schläge völlig willkürlich gemacht wurde, so dass von einer Einübung und daraus folgender Präoccupation nicht mehr in gleichem Maße die Rede sein konnte. Da sich jedoch der Experimentator mit den Protocollen in Fühlung halten musste, wurde für je eine Reihe ein beliebiges von 12 sogenannten »Zeitfolgetäfelchen« benutzt, auf denen im buntesten Wechsel die beiden Zeitfolgen I (zweiter Reiz objectiv größer) und II (zweiter Reiz kleiner) zu je 25 Versuchen vereinigt standen. So genügte für das spätere Durchrechnen ein kurzer Hinweis des Experimentators auf die Nummer des betreffenden Täfelchens, um über die Art der notirten Urtheile den genauesten Aufschluss zu erhalten. Die Differenz wurde hier schon nach 25 Versuchen auf- oder absteigend um $\frac{1}{2}^\circ$ geändert. Die Zahl der Versuche brauchte nicht die gleich große wie oben zu sein; es sollten ja nur die früheren Resultate einer oberflächlichen Nachprüfung unterzogen werden. Wir begnügten uns mit je 300 resp. 250 Beobachtungen für jede Höhendifferenz, in Summa etwa 3400 Versuchen für jeden Beobachter.

Die Resultate, wie sie in Tab. VIa u. b zusammengestellt sind, liefern ein dem frühern ganz analoges Bild von dem Verlaufe der r ,

Tabelle VIa.
 r -, f - und g -Fälle für G.

$D \rightarrow$	0°	$\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$
r	31,67	51,00	60,67	67,3	71,3	76,0	81,00	84,67	90,0	90,4	94,8	95,6
f	32,33	40,33	37,00	31,7	27,3	22,7	17,67	14,67	10,0	9,2	4,8	4,4
g	36,00	8,67	2,33	1,0	1,4	1,3	1,33	0,66	—	0,4	0,4	—

Tabelle VIb.

 r -, f - und g -Fälle für T.

$D \rightarrow$	0°	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$
r	35,0	43,67	49,0	55,00	62,0	69,7	76,0	85,3	88,4	90,4	91,11	95,11
f	37,6	35,0	32,0	30,67	30,0	24,3	21,3	14,3	11,6	9,6	8,89	4,89
g	27,4	$21 + 0,33$	19,0	14,33	$7,3 + 0,7$	$5,7 + 0,3$	2,7	0,4	—	—	—	—

f und g . Die z -Fälle sind nunmehr fast völlig verschwunden; wo sie bei T noch vorkommen, sind sie in der Tabelle den g in kleinerem Drucke beigelegt. Die Gleichheitsurtheile beginnen bei etwas mäßigeren Werthen, nehmen wie oben aber sehr rasch ab, und wenn sie auch nicht eben so bald verschwinden wie dort, so halten sie sich doch schon von der 3. bez. 6. Differenzeinstellung auf Werthen, die für die Rechnung kaum noch in Betracht kommen können.

Zeitlich zwischen IIa und IIb, nämlich von Ende December 1890 bis Ende März 1891, ist endlich in sorgfältigster Weise eine Versuchsreihe nach dem völlig unwissentlichen Verfahren III durchgeführt. Die Differenz wurde hier in beliebigem Sprunge nach oben und unten geändert, also ganz willkürlich eingestellt. Die Beobachter kannten weder die Größe dieser Differenz, die übrigens auch Null sein konnte, noch auch die Reihenfolge der Schläge, die nach dem vorhin geschilderten Verfahren mit Benutzung der 12 Zeitfolgekärtchen beliebig variirt wurde. Zum Ueberflusse wurden innerhalb jeder Reihe einige Versuche mit gleichen Reizen eingeschaltet, deren Zahl dem Reagenten als ganz beliebig angegeben wurde; im Ganzen waren es immer 8 pro 100, doch wurden sie sonst willkürlich auf die Partialreihen vertheilt. So wusste also der Beobachter weiter nichts, als dass die einmal eingestellte, ihm sonst unbekannte Differenz während 25 Versuchen (bez. 25 $+$ durchschnittlich 2 Versuchen mit $D = 0^\circ$) dieselbe blieb. Er ging also ohne jede Voreingenommenheit, mit immer gleicher Frische der Aufmerksamkeit an den Einzelversuch heran. Dass sich damit die Schwierigkeit des Urtheilens wesentlich verstärkte, war eine vorauszusehende,

von den Beobachtern mir oft bestätigte Thatsache. Das Urtheil wurde wie früher aufgeschrieben, diesmal auch ausführlicher als sonst die Beobachtungen über die Merklichkeit der Differenz, Klangfärbung u. s. w. zu Protocoll genommen. Die Zahl der eingestellten Differenzen wurde hier naturgemäß eine größere: erst bei $D = 7\frac{1}{2}^\circ$ (gegen 5° u. $5\frac{1}{2}^\circ$ oben) d. h. bei $D = 0,235i$, waren nahezu alle Fälle »richtig«. Für jede Einstellung erhielten wir 600 Beobachtungen, im ganzen somit 9600 bez. mit den eingeschalteten Versuchen $D = 0$ 10200 Resultate von jedem Reagenten.

Die einzelnen Fälle sind aus Tab. VIIa u. b. ersichtlich, außerdem gibt die Fig. 2 auf beigefügter Tafel I ein anschauliches Bild

Tabelle VIIa.

 r -, f - und g -Fälle für G.

$D \rightarrow$	0°	$\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$
r	43,2	48,5	58,5	65,5	75,0	80,8	82,8	87,2	91,3	92,0	95,5	96,67	97,7	96,2	98,5	98,7
f	40,5	34,2	27,67	21,33	17,0	11,8	8,8	6,7	4,8	3,8	2,2	1,67	1,5	2,3	1,0	1,0
g	16,3	17,3	13,83	13,16	8,0	7,4	8,4	6,1	3,9	4,2	2,8	1,67	0,8	1,5	0,5	0,3

Tabelle VIIb.

 r -, f - und g -Fälle für T.

$D \rightarrow$	0°	$\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$
r	38,5	44,3	51,3	51,7	59,8	70,3	74,2	79,7	83,3	85,33	85,33	91,3	92	93,5	95,3	97,3
f	38,67	35,5	31,8	25,7	21,3	18,8	15,8	11,7	10,7	7,83	7,33	4,8	4,2	2,7	1,7	1,3
g	22,83	20,2	16,9	22,6	18,9	10,9	10	8,6	6	6,83	7,33	3,9	3,8	3,8	3	1,4

über den Verlauf der einzelnen Gattungen von Fällen. Ich musste mich darauf beschränken, von allen früheren und jetzigen Resultaten dies eine Beispiel von Beobachter T zur Darstellung zu bringen. Es charakterisirt meiner Meinung nach die Verhältnisse am treffendsten und weicht im übrigen von den andern Bildern nicht wesentlich ab. Die Bezeichnungsweise, sowie die angewandten Dimensionen sind dieselben wie in Fig. 1.

Bezeichnender Weise fehlen gerade hier die z -Fälle vollständig. Die g -Urtheile beginnen bei noch kleineren Werthen als früher; ihr absteigender Verlauf ist diesmal langsamer, die Abnahme wechselt unregelmäßig mit größerer oder geringerer Zunahme, bis sie endlich bei ganz kleinen Werthen ankommen und fast parallel zu den f -Fällen verlaufen.

Nicht ohne Interesse ist die Art der Beurtheilung der gleichen Reize, die unregelmäßig in die Versuchsreihe eingeschaltet wurden. Diese Versuche, die ich als »Nullversuche« bezeichnen will¹⁾, hatten zunächst nur den Zweck, den Beobachter davon abzuhalten, sich an eine Größe der Differenz zu gewöhnen und die Aufmerksamkeit in bestimmter Weise einzustellen; sie sollten ihn veranlassen, mit immer frischer Spannung an die Beurtheilung der Reize heranzugehen. Zu dem Ende hätten sie auch ideeller Natur sein können, d. h. es hätte genügt, dem Beobachter nur die Möglichkeit ihres Eintreffens vorzustellen, ohne sie selbst wirklich einzuschalten. Was daher Fechner an dem wissentlichen Verfahren gegenüber unserm unwissentlichen rühmt, das sollten sie gerade bewirken, nämlich dass man sich völlig unbefangen dem Schalleindrucke hingeben könne. Von »einer störend wirkenden Angst« des Beobachters vor möglichen Vexirversuchen kann bei unserer Methode doch nicht gut die Rede sein, da die Empfindung einer Differenz »Null«, also ein Urtheil »gleich« in der ganzen Reihe etwas Absonderliches gar nicht ist.

Wie verhielt sich nun der Beobachter den Nullversuchen gegenüber? Offenbar wird es ihm leicht, die Schalle als gleich zu beurtheilen, wenn die eingestellte Differenz eine ziemlich merkliche Größe erlangt hat. Mit zunehmender Differenz wird hier die Zahl der Gleichheitsurtheile wachsen, bis schließlich andere Urtheile überhaupt nicht mehr vorkommen, also neben allen Differenzversuchen auch fast alle Nullversuche »richtig«, d. h. in diesem Falle als gleich beurtheilt werden. Schwieriger gestaltet sich die Sache am Anfange der Reihe. Hier wird zunächst, wenn D noch sehr

1) Vielfach ist für dieselben der wenig passende Name »Vexirversuche« gewählt worden. An und für sich sind sie ebenso berechtigt wie die andern Versuche und können eventuell auch rechnerisch verwerthet werden.

wenig von Null verschieden ist, wenn also auch sonst eine Menge gleicher Fälle vorkommt, ein großer Procentsatz sämtlicher Urtheile den »gleichen« zufallen, diese Anzahl wird allmählich mit den g -Fällen abnehmen und zuletzt in der oben beschriebenen Weise erst langsam, dann bei deutlich werdender Differenz rascher zunehmen. Ganz so einfach wird freilich der Verlauf der die Gleichheitsurtheile darstellenden Curve in ihrem ersten Theile nicht immer sich gestalten, da die Ordinaten vor allem auch von der absoluten Anzahl der g -Fälle abhängen: viele g -Fälle werden auch verhältnissmäßig viele Gleichheitsurtheile und damit große Anfangsordinaten der Curven zur Folge haben und umgekehrt. Ob also wirklich zu Anfang ein relatives Curvenmaximum vorhanden sein wird, hängt von den g -Fällen und noch anderen Umständen ab.

In Tab. VIIIa u. b finden sich die je 48 Urtheile in ihrer wirklichen Zahl zusammengestellt. Die Zeichen beziehen sich, wie immer, auf den zu zweit gehörten Schall.

Im allgemeinen ist der Verlauf der Gleichheitsurtheile der oben angedeutete; namentlich entspricht Tab. VIIIb dem Gesagten. An

Tabelle VIII a.

Urtheile von G. bei den Nullversuchen.

$D \rightarrow$	0	$\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$	Sa.
=	9	7	6	7	7	4	9	8	16	11	11	11	12	16	14		148
>	22	21	17	22	16	28	19	20	20	21	15	16	16	18	18		289
<	17	20	25	19	25	16	20	20	12	16	22	21	20	14	16		283

Tabelle VIII b.

Urtheile von T. bei den Nullversuchen.

$D \rightarrow$	0	$\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$	Sa.
=	10	13	11	10	14	16	16	20	21	20	14	26	25	29	30	32	307
>	19	19	10	14	17	14	14	12	16	13	23	14	12	10	10	6	223
<	19	16	27	24	17	18	18	16	11	15	11	8	11	9	8	10	238

eine genaue Uebereinstimmung ist bei der kleinen Zahl dieser Versuche natürlich nicht zu denken; es kann also die Abweichung in VIIIa, namentlich bei der ersten Hälfte, nicht allzusehr auffallen. Beobachter G. hat überhaupt durchgängig die Neigung, seltener »gleich« zu urtheilen; dies zeigt sich hier ebenso wie in den früheren Tabellen.

Wenn nicht merklich constante Fehler vorliegen, muss ferner die Zahl der Urtheile »größer« nahezu gleich der der Urtheile »kleiner« sein. Trifft das auch hier und da im Einzelnen nicht zu, so zeigen doch die Gesamtwerte eine recht gute Uebereinstimmung; die Summen der Urtheile $>$ und $<$ sind im einen Falle 289 bez. 283, im andern 223 bez. 238. Dies lässt auf einen nur geringen constanten Fehler und indirect auch auf die Güte des Apparates schließen.

VI. Die bisherigen Resultate der r , f , g .

Unterziehen wir nun die bisher aus allen 4 Versuchsreihen gewonnenen Ergebnisse einer vergleichenden Betrachtung, so erkennen wir zunächst, dass überall in der Hauptsache nur r -, f - und g -Fälle vorkommen. Die hier und da sich zeigenden »eigentlich zweifelhaften« Urtheile fallen mit zunehmender Uebung und — wie schon Boas richtig hervorhebt — mit gesteigerter Spannung der Aufmerksamkeit fort. Daher zeigen sie sich in der verhältnissmäßig größten Zahl in dem zeitlich ersten Versuchsverfahren IIa, andererseits sind sie aus dem zweiten Grunde in der ganz unwissenschaftlichen Methode III vollständig weggeblieben. — Ueberall ferner beginnen die r und f bei einander nahezu gleichen Werthen, die sich allerdings je nach Fallhöhe und Versuchsanordnung in ihrer absoluten Größe zum Theil recht sehr verändern. Damit ist die Grundbedingung der Methode durchgängig und allgemein erfüllt, und ein einseitiger, constanter Fehler ausgeschlossen. Mit wachsender Differenz nehmen sodann die r -Fälle stets und regelmäßig zu, die f -Fälle, mit nur wenigen unbedeutenden Ausnahmen, stets ab. Dagegen ist der Verlauf der g -Fälle in den einzelnen Methoden ein durchaus verschiedener und innerhalb derselben Methode ein nicht immer regelmäßiger. Am besten und regulärsten ist ihr Curvenbild noch beim ganzwissenschaftlichen Verfahren, also demjenigen,

das bisher von fast allen Experimentatoren, und zwar in Bezug hierauf mit gleichem Erfolge angewandt worden ist. Aber nach den Erfahrungen, die ich selbst gerade bei dieser Methode zu machen Gelegenheit hatte, halte ich mit der Ansicht nicht zurück, dass diese Regelmäßigkeit wesentlich durch die günstigen — oder, wenn man will, ungünstigen — Bedingungen hervorgebracht ist. Der Urtheilende kann sich bei genauer Kenntniss der Versuchsumstände und bei voller Gewissheit über die Natur der Reize von einer gewissen Befangenheit beim besten Willen nicht freimachen; seinem Urtheile sind bestimmte Bahnen vorgeschrieben, die Präoccupation spielt bei der Abgabe des Urtheils eine ganz entschiedene Rolle. Ich schließe das aus einer Fülle diesbezüglicher Selbstbeobachtungen, sowie objectiv aus einer Vergleichung meiner sämtlichen Resultate. Während die Zahl der r , f und g innerhalb derselben Vollreihe fast immer die gleiche bleibt, weichen die Ergebnisse zeitlich auseinanderliegender und daher völlig unabhängiger, durch keinen Erfahrungsschluss mehr zu verbindender Reihen weit von einander ab. So ergeben sich beispielsweise für $D = 0$ und die Hauptamplituden 40° und 50° , für die mir aus allen drei Gruppen Beobachtungsergebnisse zur Verfügung standen, durchaus verschiedene r , f und g , nämlich — wenn ich die Gruppen mit I, II, III bezeichne:

	r			f			g		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
bei 40°	186	139	202	190	138	195	624	723	603
» 50°	195	127	240	196	136	234	609	737	526

ein Resultat, das bei der Verschiedenheit der äußern und innern Bedingungen an sich nicht sonderlich überraschen kann; aber im weitem Verlaufe ein und derselben Gruppe kommt man nun in allen Partialreihen immer wieder auf die fast gleiche Zahl der Fälle zurück, über die man durch die Kenntniss aller Versuchsumstände genau unterrichtet war. Unwillkürlich fügt dann die Auffassung bei wachsendem D den r -Urtheilen einige zu und vermindert entsprechend die andern; von einer auffallenden Abweichung, einem abnormen Sprunge der Urtheile, wie er doch auch vorkommen müsste, ist in dem ganzen Protocolle nichts zu bemerken. Es waren eben die einmal vorgezeichneten Geleise trotz scheinbar voller Frei-

heit und trotz der zu diesem Zwecke verfeinerten Versuchstechnik nur schwer zu verlassen. Die Variationen der Reihen derselben Einstellung blieben durchweg ganz minimale, wie sie einem freien Spiele der Zufälligkeiten kaum entsprungen sein konnten. — Nun will ich nicht behaupten, dass durch solche Präoccupation die ganze Methode unmöglich und zur Prüfung untauglich würde; ich verkenne im Gegentheile die mannigfachen Vorzüge, die sie vor den andern Verfahren hat, nicht. Aber sie darf doch nicht so unbedenklich allein verwandt werden, und es kann das Bild, das die aus ihr gewonnenen Resultate gewähren, auf eine ausschließliche und allgemeine Bedeutung keinen Anspruch machen.

Das wissentliche Verfahren ist es nun auch einzig und allein, bei dem die »falschen« Fälle weit hinter den g zurückbleiben und schließlich auch vor denselben verschwinden. Die g -Curve setzt — das gilt gleichmäßig auch ebenso wieder von den älteren Versuchen — mit sehr großer Anfangsordinate ein, sie verläuft ganz oberhalb der f -Curve und besitzt da noch endliche und ziemlich große Ordinaten, wo die f -Curve völlig oder doch nahezu die Abscissenachse erreicht hat. Ueberall sonst ist der relative Verlauf beider Curven ein wesentlich anderer. Nur hier und da beginnen die g -Fälle bei größeren, aber nur wenig größeren Werthen, als die f , immer aber fallen sie viel schneller als diese, bald sinkt ihre Zahl unter diejenige der f -Fälle herab, und sie verschwinden stets weit vor den letzteren. Dieses eigenthümliche Verhalten, das seinen Grund natürlich in der Versuchsweise bez. der Unwissentlichkeit des Verfahrens hat, ist nach der Müller'schen Auffassung eigentlich gar nicht zu erklären. Nach Müller ist $2S$ das im ganzen constante Gebiet, in welches die g -Urtheile fallen; es liegt seiner ganzen Ausdehnung nach zwischen dem Gebiete der r - und dem der f -Fälle, wird also durch kleinere Größen der zufälligen Fehler bedingt, als das jenseits liegende f -Gebiet. Erkennt man daher die Nothwendigkeit seines Vorkommens überhaupt an, so muss es nach den Wahrscheinlichkeitsgesetzen noch zu g -Urtheilen Anlass geben, sobald überhaupt noch f -Fälle vorhanden sind. Wenn nun wenigstens, wie im Verfahren III, die g -Fälle völlig oder nahezu verschwinden bei entsprechend geringer Zahl von f -Fällen, so hat diese kleine Abweichung vielleicht in experimentellen Schwierigkeiten, geringer Versuchszahl u. dergl.

ihren Grund; für die Thatsache aber, wie sie aus den Verfahren IIa u. b für beide Beobachter sich ergibt, dass nämlich die g -Fälle schon Null werden, während f -Fälle noch in sehr großer Zahl vorhanden sind, finde ich keine Erklärung.

Auffallend ist ferner Folgendes: Bei $D = 0$ oder bei einer nur ganz wenig von Null verschiedenen Differenz wird einem Abnehmen der Gleichheitsurtheile eine Verminderung des Gebietes $2S$ entsprechen. Eine solche Abnahme von $2S$ ist nach Müller nur auf eine Steigerung der Unterschiedsempfindlichkeit zurückzuführen. Nun sollte man meinen, dass mit jeder Complication des Versuchsvorganges, trotz etwa vergrößerter Aufmerksamkeit, das Gebiet $2S$ und damit die Zahl der g -Fälle zunehmen müsste. Unsere Tabellen lehren das gerade Gegentheil hiervon. Jeder Schritt auf dem Wege vom ganz wissentlichen zum ganz unwissentlichen Verfahren bringt eine wesentliche Verminderung der g -Fälle mit sich. Die Ursache hiervon liegt offenbar in methodischen Rücksichten und subjectiven Bedingungen, die ihrerseits eben miteinander auf die Größe des jeweiligen scheinbaren Schwellengebietes oder, was uns zunächst interessirt, auf die Menge der g -Fälle.

Weiter zeigen die g -Curven theilweise eine ganz rapide Abnahme, die sich mit der Theorie und dem Verlaufe der andern Fälle gar nicht in Einklang bringen lässt. Infolge dessen verschwinden die g -Fälle so früh, bez. erreichen sie so zeitig ganz minimale Werthe, dass hieraus unmöglich verständliche Schwellenwerthe zu gewinnen sind und dass die Anwendung der Methode auf ein ganz winziges Gebiet beschränkt bleibt. In einigen Reihen fallen die g -Urtheile schon bei der 2. oder 3. Einstellung, d. h. bei $0,04i$ bez. $0,06i$ weg. Was hindert, dass sie einmal noch früher verschwinden oder fast ganz wegbleiben und dass damit die ganze auf dem S -Werthe sich aufbauende Methode praktisch überhaupt unbrauchbar wird? Man wende mir nicht ein, dass etwa die Beobachter geneigt gewesen wären, nur r - und f -Urtheile abzugeben; die gerade in die damalige Zeit fallenden Veröffentlichungen von Kraepelin-Higier¹⁾ gaben mir im Gegentheil Veranlassung, die Beobachter vor einer

1) Kraepelin, Zur Kenntniss der psychophys. Methoden. Phil. Stud. VI, S. 493 ff. — Higier, a. a. O.

solchen Auffassungsweise zu warnen, sie also eher nach entgegengesetzter Richtung hin zu beeinflussen.

Schließlich aber — und das ist die Hauptsache — ist der Verlauf der g -Curve überall, namentlich im Verfahren III ein durchaus unregelmäßiger. Soll S als Maßgröße verwandt werden, so muss es, der Natur der Unterschiedsempfindlichkeit entsprechend, für zeitlich und räumlich nahe bei einander stehende Reihen einigermaßen constant bleiben. Da es bei wachsender Differenz und also mit zunehmenden r sich immer weiter vom Nullpunkt der Scala wegbewegt, d. h. durch immer größere zufällige Fehler bedingt wird, so wird die Anzahl der entsprechenden g -Fälle auch stets kleiner werden, die g -Curve also stetig fallen müssen. Statt solcher Abnahme zeigen jedoch die g vielfach ein ganz anderes Verhalten: sie nehmen oft wieder zu, erreichen einmal sogar nach der 4. Einstellung den Anfangswerth, um nachher unregelmäßig ab- und aufsteigend allmählich bis nahezu Null zu verlaufen. Solche g -Fälle können, wie die spätere Rechnung auch ergeben wird, unmöglich Werthe S liefern, die mit einander vergleichbar und gemeinsam als Maßgrößen der Unterschiedsempfindlichkeit zu gebrauchen wären.

Wir kommen zu dem Schlusse: Lässt man alle drei Versuchsmodificationen mit gleichem Rechte zur Prüfung der Methode zu — und ich sehe nicht ein, warum dies etwa nicht statthaft sein sollte — so folgt aus dem Vorstehenden, dass die g in der Methode der r - und f -Fälle eine so principielle Rolle, wie sie Müller ihnen zuschreibt, nicht spielen können. Sonst würde die Methode, deren Principien wir selbstverständlich mit Fechner und Müller als richtig anerkennen, entweder in ihrer Gültigkeit auf ein ganz minimales Gebiet beschränkt bleiben und praktisch werthlos werden, oder die aus ihr gewonnenen Resultate würden alles Andere nur keine Regelmäßigkeit und Constanz erkennen lassen; sie wären als Maßgrößen völlig unbrauchbar. Die g -Fälle sind eben eine, wenn auch natürliche Beigabe zu den r - und f -Fällen, auf die man nicht einfach, weder rechnerisch, wie Fechner das einmal vorschlägt, noch experimentell beim Urtheil, wie Kraepelin-Higier es thun, verzichten darf. Sie sind nicht das ausschließliche Product größerer oder geringerer Unterschiedsempfindlichkeit, sondern durch eine Menge zusammenwirkender, äußerer und innerer Ursachen bedingt.

Sie besitzen, kurz gesagt, nur accessorische Bedeutung und sind in passendster Weise den r - und f -Fällen zuzutheilen. So gestalten sie die Methode zu einer wirklichen Methode »richtiger« und »falscher« Fälle im wörtlichen Sinne, nur mit der einen, früher schon angedeuteten Beschränkung bezüglich des Falles $D = 0$, wo die Bezeichnung eines Schalles mit r rein conventionell ist¹⁾.

Ueber die zweckmäßigste Vertheilungsweise habe ich mich oben des Näheren schon ausgesprochen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung verlangt nicht Halbierung der g -Fälle selber, sondern Gleichtheilung des Gebietes $2S$ dieser Fälle. Aus $\frac{t_I + t_{II}}{2} = t_0$ berechnet man rückwärts $r + g'$ und daraus g' selber. Es wird nicht ohne Interesse sein, den Unterschied zwischen dieser und der Fechner'schen Vertheilungsweise zahlenmäßig festzustellen. Praktisch, sahen wir, wird der Unterschied nur dann merklich und von Einfluss auf die weiteren Resultate, wenn die g in großer Menge vorhanden sind. Von allen unsern Reihen werden daher nur die nach dem Verfahren I, und allenfalls noch die nach III gewonnenen diese Differenz deutlich illustriren. Tab. IX enthält die ersteren $g\%$ -Werthe, soweit sie den r -Fällen zugetheilt sind, und zwar in der jedesmal ersten Horizontalreihe nach Merkel'scher, also der auch von uns angewandten (g'), in der andern Horizontalreihe nach der Fechner'schen Vertheilungsweise $\left(\frac{g}{2}\right)$.

Es liegt im Princip jener Vertheilungsart, dass stets mehr g zu den r hinzukommen, als bei der Halbierung, dass also überall $g' > \frac{g}{2}$ ist. Die absoluten Werthe dieser Differenzen wachsen bis zu einem Maximum an, um dann zugleich mit der Zahl der g -Fälle selbst abzunehmen. Dagegen steigen die relativen Differenzen, bezogen auf ihr g' als Normalwerth, naturgemäß stetig an; von durchschnittlich 8% bei $1/2^\circ$ wachsen sie bis über 40% des Normalwerthes bei der letzten Differenzeinstellung.

1) Die Bezeichnungen »richtig« und »falsch« tragen eigentlich überhaupt einen falschen logischen Gesichtspunkt herein, sie haben mit den abgegebenen Urtheilen selbst zunächst nichts zu thun. Besser wäre es, statt ihrer die Worte »größer« und »kleiner« zu benutzen. Ich bediene mich im Folgenden stets der symbolischen Ausdrucksweise »Methode der r - und f -Fälle«.

Tabelle IX.

g' und $\frac{g}{2}$, berechnet aus Tabelle IV, S. 540.

$D \rightarrow$		0°	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°
30°	g'	32,13	31,28	25,97	22,60	19,14	16,41	9,21	6,41	1,84				
	$\frac{g}{2}$	31,95	27,95	21,65	17,90	14,15	10,70	5,80	3,75	1,20				
40°	g'	30,39	28,50	27,62	24,51	18,80	16,61	12,60	9,25	5,61	2,18			
	$\frac{g}{2}$	30,15	26,00	23,30	19,35	14,20	11,60	8,05	5,55	3,30	1,40			
50°	g'	26,40	27,17	27,62	23,14	21,48	21,04	18,36	14,74	12,92	9,71	7,39	3,80	
	$\frac{g}{2}$	26,30	25,35	24,50	19,90	17,45	16,10	13,00	9,75	8,00	6,20	4,30	2,40	
60°	g'	25,70	25,04	25,35	24,10	19,95	19,52	18,24	14,73	12,39	11,21	8,54	7,38	4,63
	$\frac{g}{2}$	26,20	23,80	22,85	20,90	16,65	16,20	14,65	11,6	9,60	8,10	6,00	4,60	2,75

VII. Die Elimination constanter Fehler und die Fractionirung der Resultate.

Bevor wir zur weiteren Ausnutzung der bisherigen Resultate, insbesondere zur Berechnung der t , h und S übergehen, wird es nöthig sein, bei dem Zeitfehler, oder allgemein dem constanten Fehler mit einigen Worten zu verweilen. Die Versuche mit gleichen Reizen ließen erkennen, dass ein einseitiger äußerer Fehler, der durch die Versuchsanordnungen selbst nicht hätte ausgeglichen werden können, nicht vorhanden war. Es war das zu schließen aus dem fast völligen Uebereinstimmen der r - und f -Fälle bei $D = 0$. Die übrigbleibenden Fehler, die aus der Aufeinanderfolge der Reize, der Erwartung u. s. w. resultiren, lassen sich durch passend gewählte Combination der Versuche völlig oder doch nahezu eliminiren. Wir haben hierbei die Wahl zwischen zwei Verfahren, nämlich dem der sogenannten »unvollständigen« und der »vollständigen« Compensation. Nach ersterem beeinträchtigt der constante Fehler in der Hauptsache die Urtheile selber, er vermehrt oder vermindert beispielsweise die r um angenähert dieselbe Anzahl, je nachdem die Versuche in der einen oder andern Zeitfolge angestellt sind. Wir eliminiren aus diesen Urtheilen den Fehler und suchen für das so erhaltene r

den entsprechenden Werth t . Nach dem zweiten Verfahren verändert der constante Fehler dagegen das Gebiet, in welchem die Fälle bestimmter Art, z. B. die r , vorkommen, oder, was auf dasselbe hinauskommt, die t -Werthe nach beiden Seiten hin gleichmäßig; wir beseitigen aus diesen den Fehler und führen das so erhaltene t in die weitere Rechnung ein. Jene Compensation hat den entschiedenen Vorzug größerer Bequemlichkeit, diese, wenigstens nach unserer Auffassung der Theorie, den größerer Strenge. Bei der uns gestellten Wahl werden wir uns unschwer für die »vollständige« Elimination entscheiden. Der constante Fehler C verändert das Gebiet $t = h(D \pm S)$, er bewirkt, dass wir als eingestellte Differenz nicht D , sondern $D \pm C$ beurtheilen; in diesem Sinne ist man wohl berechtigt, »die entwickelten Formeln auf Versuche mit constanten Fehlern anzuwenden«. Wir setzen nur voraus, dass die Fehlergröße C innerhalb derselben Reihe nach beiden Seiten hin gleich groß sei, dass sie sich sonst aber von Differenz zu Differenz, ja selbst von Reihe zu Reihe beliebig ändern könne. Für die vollständige Elimination sind meines Wissens auch fast alle Bearbeiter der Methode eingetreten, und wenn Merkel¹⁾ als der einzige, aus einem experimentellen, auf das Weber'sche Gesetz sich stützenden Grunde, doch die bequemere unvollständige Elimination vorzieht, so geht er bei seinen darauf bezüglichen Auseinandersetzungen von einer irrigen Voraussetzung aus. Er schließt so: »Sind i und $i_1 > i$ die beiden Reize, so erscheint $D = i_1 - i$ um C vergrößert, wenn i_1 auf i folgt, dagegen um C_1 verkleinert, wenn i auf i_1 folgt, und zwar ist nach dem Weber'schen Gesetze $C > C_1$, d. h. wir werden einen stärkeren Schall i_1 dann, wenn er an 2. Stelle einwirkt, um verhältnissmäßig mehr überschätzen, als einen schwächeren i , der an zweiter Stelle vernommen wird. Fechner setzt nun $t_0 = \frac{h(D + C) + h(D - C)}{2} = hD$, für $C > C_1$ wird aber $t_0 = \frac{h(D + C) + h(D - C_1)}{2}$ oder $t_0 = hD + h\frac{C - C_1}{2}$ d. h. $hD = t_0 - h\frac{C - C_1}{2}$; das wirkliche hD muss also nach dem Weber'schen Gesetze kleiner sein als das Fechner'sche t_0 . Dieser Forderung

1) Merkel, Das psychophysische Gesetz in Bezug auf Schallstärken. Phil. Stud. IV, S. 135 f.

trägt aber das Verfahren der unvollständigen Elimination Rechnung, da es in der That durchgängig kleinere hD liefert.« Abgesehen davon, dass Merkel auch hier wieder das Weber'sche Gesetz hereinträgt, setzt er voraus, dass wirklich überall der zweite Schallreiz überschätzt und also D vergrößert wird, wenn i_1 auf i folgt. Das ist nun keineswegs allgemein anzunehmen; schon Fechner¹⁾ sagt mit Bezug auf die Schallversuche von Renz und Wolf, dass der eine Beobachter geneigt gewesen sei, den zweiten Schall lauter, der andere den ersten Schall lauter zu schätzen, und ich darf vorausgreifend hinzufügen, dass auch bei unsern Versuchen Beobachter G. durchgängig und zum Theil ich selber die letztere Tendenz hatte, d. h. den zweiten Schall weniger stark empfand. Bei dieser Annahme würde die Merkel'sche Ableitung aber auf das entgegengesetzte Resultat, nämlich $hD > t_0$ geführt und die unvollständige Elimination unbrauchbar werden. In seinen neuern Veröffentlichungen geht Merkel²⁾ nur auf die Elimination eines einseitig constanten Fehlers ein. Darf man hieraus auf seine jetzige Meinung über die Beseitigung des Zeitfehlers einen Schluss ziehen, so scheint er sich der »vollständigen Compensationsweise« zugeneigt zu haben: sie ist in der That auch nur die nothwendige Consequenz aus seiner sonstigen Auffassung der ganzen Theorie.

Im Folgenden ist die Elimination praktisch immer so durchgeführt, dass zu den r bez. $r + g$ der einen und der andern Zeitlage die zugehörigen t , nämlich³⁾:

$$\begin{array}{ll} t_{1I} = h(D - S + p) & t_{2I} = h(D + S + p) \\ t_{1II} = h(D - S - p) & t_{2II} = h(D + S - p) \end{array}$$

aufgesucht und durch Addition

$$t_1 \equiv \frac{t_{1I} + t_{1II}}{2} = h(D - S) \quad \text{und} \quad t_2 \equiv \frac{t_{2I} + t_{2II}}{2} = h(D + S)$$

gebildet wurde.

1) Fechner, »Elemente«. S. 90 Anmerk.

2) Merkel, a. a. O. VII, S. 603 f.

3) Ich halte mich hierbei genau an die Fechner'sche Bezeichnungsweise; für den oben mit C angedeuteten Zeitfehler habe ich nun p mit entsprechendem Vorzeichen gewählt. Die römischen Ziffern I und II beziehen sich auf die Zeitlage, die arabischen Ziffern 1 und 2 dienen zur Unterscheidung der auf r und $r + g$ bezüglichen t -Werthe.

Auf die Größe und die Beschaffenheit des durchschnittlichen Fehlers

$$\pm p = \frac{t_{1I} - t_{1II}}{2h} \quad \text{bez.} = \frac{t_{2I} - t_{2II}}{2h}$$

oder

$$\pm p = \frac{(t_{1I} - t_{1II}) + (t_{2I} - t_{2II})}{4h}$$

komme ich später zurück.

Die von constanten Fehlern befreiten Größen t_1 und t_2 wurden dann in die Endformeln eingesetzt. Offenbar trug man nun den Einzelresultaten am besten Rechnung, wenn man zu jedem Reihewerthe r und $r + g$ die zugehörigen t aufsuchte und aus allen den Mittelwerth bestimmte. Diese bis zur äußersten Grenze durchgeführte Fractionirung der Resultate war bei geringer Größe der eingestellten Differenz sehr wohl verwendbar, aber schon bei mäßigem D führte sie zu Fehlschlägen d. h. zu Reihen, in denen sämtliche Urtheile » r « oder doch » r oder g « waren, also ein $t = \infty$ wurde. Ueber solche Schwierigkeiten sich allgemein damit hinwegzuhelfen, dass man statt $r = 100$ etwa $r = 99,99 \dots$ setzt, ist principiell zu verwerfen, abgesehen davon, dass man dadurch in die t -Werthe einen nicht unbeträchtlichen Fehler einführt. Hier muss man eben die Resultate mehrerer Reihen zu einer Fraction vereinigen. Da aber auch dies bei größeren Differenzen noch seine Schwierigkeiten haben wird, zumal man auch immer nur zeitlich entsprechende Reihen zusammennehmen darf, da anderseits sämtliche, später mit einander in Vergleich tretende Resultate durch gleiche Gruppierung gewonnen sein müssen, so wird man praktisch die Fractionirung soweit einzuschränken haben, dass man die Fälle der einen und entsprechend die der andern Zeitfolge zu zwei oder gar nur zu einer Gruppe vereinigt und diese Werthe in die Formeln einführt.

Ich habe es mir angelegen sein lassen, die späteren Resultate nach den verschiedensten Arten der Fractionirung zu berechnen und in Vergleich zu stellen. Wenn auch die Unterschiede nicht sehr groß sind, selbst nicht in dem Falle, dass man unvollständig eliminirt und dabei ungenau und abrundend fractionirt hatte, wenn also ein entschiedener Vorzug der einen Fractionirung vor der andern

zahlenmäßig nicht zu constatiren war, so führte mich ein gewisses Gefühl der Befriedigung und Sicherheit auf jene oben beschriebene Gruppierung, ich nenne sie die »ungenau Fractionirung«, immer wieder zurück.

Ich muss mich darauf beschränken, die nach den verschiedenen Eliminations- und Fractionierungsweisen gewonnenen Resultate h einer einzigen Beobachtungsreihe in Tab. X zur Vergleichung zusammenzustellen. Die Ergebnisse der übrigen Reihen zeigen ein ganz ähnliches Verhalten. Die Größe S eignete sich, wie leicht vorauszusehen, weniger gut zu solcher Zusammenstellung.

In den beiden ersten Horizontalreihen befinden sich die durch »vollständige« Elimination erhaltenen h -Werthe, zuerst (I) bei »ungenauer«, dann (II) bei »ausführlicher«, hier und da abrundender Fractionirung; in den weiteren Reihen ist die »unvollständige« Elimination benutzt, und zwar sind in III die g -Fälle ungleich, nach Merkel, in IV gleich, nach Fechner, vertheilt.

Die erhaltenen Mittelwerthe — denn sie sind es, deren relative Größen uns interessiren — weichen nur wenig von einander ab. Die Methode II liefert durchweg größere, die Methode IV durchweg kleinere Resultate, wie sich durch mathematische Betrachtung leicht auch ableiten lässt.

Bezüglich der größten Abweichungen (V_{Max}) ist die I. Methode gegenüber allen andern entschieden im Vorthail; in Bezug auf die

Tabelle Xa.

 h für G.

	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$6 1/2^\circ$	7°	h_m	V_{Max}	V_m
I	8,704	9,401	9,267	9,427	9,502	8,959	8,780	8,691	8,186	8,407	8,263				8,871	+ 7,1% — 7,7	4,5%
II	9,359	9,811	10,235	9,883	9,985	9,306	8,967	8,976	8,297	8,601	8,316				9,249	+10,6% —10,3	6,1%
III	8,658	9,391	9,237	9,424	9,501	8,828	8,656	8,672	8,088	8,357	8,204				8,820	+ 7,7% — 8,3	4,7%
IV	8,408	9,217	9,050	9,332	9,384	8,678	8,517	8,572	7,944	8,231	8,124				8,678	+ 8,1% — 8,4	2,4%

Tabelle Xb.

 h für T.

	$1/2^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	h_m	V_{Max}	V_m
I	5,339	5,885	5,383	6,047	6,556	6,337	6,646	6,344	6,276	5,721	6,275	5,950	6,192	6,099	6,075	+ 9,4% —12,1	4,9%
II	5,470	6,007	5,556	6,388	6,854	6,589	6,992	6,423	6,447	5,912	6,429	6,201	6,227	6,191	6,263	+11,6% —12,5	5,2%
III	5,641	5,883	5,377	6,043	6,555	6,344	6,641	6,337	6,281	5,720	6,271	5,940	6,008	6,091	6,081	+ 9,2% —11,6	4,6%
IV	5,053	5,743	5,136	5,822	6,453	6,244	6,535	6,281	6,172	5,603	6,195	5,870	5,891	6,008	5,929	+10,2% —14,7	5,6%

Größe der mittleren Variation (V_m) concurrirt sie erfolgreich mit der III. Methode, die übrigens nach ihr auch sonst die besten Resultate liefert. Der geringe Werth von V_m in der IV. Reihe von G. ist hier wohl mehr zufällig: gerade die Resultate bei der Fechner'schen Vertheilung stimmen sonst nicht so gut überein.

Ich glaubte dies vorausschicken zu sollen, um einerseits die Benutzung des Verfahrens I als des relativ besten zu rechtfertigen, und um ferner zu zeigen, dass auch eine andere Eliminations- bez. Fractionsart wesentlich abweichende Resultate nicht ergeben könne.

VIII. Die Werthe h und S .

Auf Grund dieser Betrachtungen wurde nunmehr die Berechnung der Formelgrößen h und S für die verschiedenen Beobachtungsreihen in der folgenden Weise durchgeführt:

Aus ein oder zwei Fractionen, in welche man die Resultate einer Einstellung — natürlich für die ganze Versuchsreihe gleichmäßig — eingetheilt hatte, wurde die Summe der r -Fälle der einen und dann der andern Zeitfolge gebildet (r_I und r_{II}) und in der Fundamentaltabelle die zugehörigen t (t_{1I} und t_{1II}) aufgesucht; ebenso wurde mit den $r + g$ -Fällen verfahren und entsprechend t_{2I} und t_{2II} erhalten. Aus den vier Gleichungen

$$t_{1I} = h(D - S + p)$$

$$t_{2I} = h(D + S + p)$$

$$t_{1II} = h(D - S - p)$$

$$t_{2II} = h(D + S - p)$$

ergab sich einmal durch Addition:

$$t_{1I} + t_{1II} + t_{2I} + t_{2II} = 4hD \equiv 4t_0$$

oder

$$h = \frac{t_{1I} + t_{1II} + t_{2I} + t_{2II}}{4D} = \frac{t_0}{D},$$

sodann durch entsprechende Addition und Subtraction:

$$(t_{2I} + t_{2II}) - (t_{1I} + t_{1II}) = 4hS$$

oder

$$2S = \frac{(t_{2I} + t_{2II}) - (t_{1I} + t_{1II})}{(t_{2I} + t_{2II}) + (t_{1I} + t_{1II})} \cdot 2D.$$

In leicht zu errathender Absicht habe ich zunächst die $2S$ zur Tabelle zusammengestellt; die früheren Erörterungen haben unsere Erwartung gerade in Bezug auf sie aufs höchste gespannt. Tab. XIa, b, c enthalten in erster Linie meine eigenen Resultate aus dem ganz wissentlichen Verfahren, sodann die von G. und T. nach den zeitlich auf einander folgenden Methoden IIa, IIb und III.

Tabelle XIa.

Werthe $2S/i$ für K. (wissentl. Verfahren).

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$2S_m$	V_{Max}	V_m
30°	0,169	0,141	0,155	0,158	0,173	0,158	0,176	0,121					0,156	+22,5% -12,4	8,3%
40°	0,130	0,128	0,125	0,115	0,126	0,136	0,139	0,138	0,106				0,127	+9,1% -16,4	6,3%
50°	0,125	0,142	0,124	0,119	0,127	0,136	0,131	0,142	0,136	0,151	0,117		0,132	+14,4% -11,4	6,6%
60°	0,120	0,110	0,112	0,097	0,111	0,117	0,107	0,109	0,114	0,104	0,099	0,097	0,108	+11,0% -10,6	5,7%

Tabelle XIb.

Werthe $2S/i$ für G.

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$6 1/2^\circ$	7°
60°	IIa.	0,043	0,0016	0,0005										
	IIb.	0,0255	0,0055	0,0027	0,0046	0,0052	0,0035	0,0018	0	0,0023	0,0023	0		
	III.	0,0366	0,0284	0,0303	0,0210	0,0232	0,0318	0,0308	0,0238	0,0337	0,0317	0,0243	0,0176	0,0123

Tabelle XIc.
Werthe $2S/i$ für T.

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$6 1/2^\circ$	7°
60°	IIa.	0,220	0,177	0,085										
	IIb.	0,068	0,067	0,050	0,030	0,022	0,012	0,003	0	0				
	III	0,068	0,053	0,080	0,064	0,038	0,039	0,039	0,031	0,041	0,049	0,034	0,039	0,048

Die Werthe sind bis zur äußersten Differenzeinstellung, bei der noch Gleichheitsurtheile vorkamen, berechnet worden; ich lege jedoch auf die Werthe an der oberen Grenze weniger Gewicht, weil viele derselben durch Abrundung der t -Werthe oder durch abweichendes Zusammenfassen der r zu nur einer Fraction entstanden sind; insbesondere hat die Erniedrigung des $r = 100$ auf $r = 99,99$ bez. von $t = \infty$ auf $t = 2,1851$ eine Verminderung des $2S$ -Werthes zur Folge.

Was wir nun bei der Discussion der g -Fälle schon als Vermuthung ausgesprochen hatten, finden wir hier vollkommen bestätigt: nur das wissentliche Verfahren liefert brauchbare Werthe; jene Regelmäßigkeit im Verlaufe der g -Curve hat hier eine hinreichende Constanz der $2S$ zur Folge. Die S -Werthe ändern sich zwar von Einstellung zu Einstellung nicht unbeträchtlich, aber die Abweichungen vom Mittelwerthe innerhalb derselben Reihe sind verhältnissmäßig gering, sie betragen im Durchschnitt (V_m) nur 6% und würden sich unter Weglassung der naturgemäß ungenauen Endwerthe auf 4—5% verringern. Auch die äußersten Abweichungen sind nicht zu beträchtlich; sie bewegen sich um $\pm 10\%$ herum und gehen nur einmal bis 20% bez. mit der früheren Einschränkung auf ca. 16% hinauf. Der ganze Verlauf dieser S -Werthe entspricht im allgemeinen auch ganz dem Gange der Unterschiedsempfindlichkeit.

Dagegen erfüllen sich freilich auch unsere Voraussagungen nach der ungünstigen Seite hin. Verfolgen wir unsere Tabelle XI weiter, so hat alle Regelmäßigkeit des $2S$ mit der Methode I ein Ende. Die weiteren Versuchsreihen liefern für beide Beobachter ganz unverständliche Schwellenwerthe, unverständlich wegen ihrer außerordentlichen Kleinheit, ihrer Veränderlichkeit von Reihe zu Reihe, ihrer

Inconstanz innerhalb derselben Methode und ihres ganz frühen Verschwindens bei der einen Versuchsanordnung. Was hätten im Gebiete des Gehörsinnes auch Schwellen zu bedeuten, die sich in wenigen Tausendtheilen der Normalintensität ausdrücken, Schwellen, die sich bei benachbarten, mittleren Differenzeinstellungen — von den Endwerthen gar nicht zu reden — um $\frac{1}{3}$, ja um $\frac{4}{5}$ und mehr reduciren? Auch die noch relativ beste Reihe III zeigt — selbst bei Ausschluss der letzten Werthe — mittlere Variationen von 14% bez. 22%. Gegen die Veränderungen der $2S$ von Reihe zu Reihe wird man einwenden, dass die Auffassungsweise eben eine ganz andere wurde; aber erstens stehen diese Variationen in keinem erkennbaren Zusammenhange mit den Complicationen des Versuchsvorgangs, und zweitens sind sich die Beobachter nach ihrer wiederholten ausdrücklichen Angabe niemals einer solchen Aenderung in der Art der Beurtheilung und Auffassung bewusst geworden. Dass also diese Größen $2S$ in Wirklichkeit noch die Unterschiedsempfindlichkeit messen sollten, ist nicht gut denkbar, auch wenn man die Gültigkeit der Methode auf ein ganz kleines Differenzengebiet einschränken und damit ihre praktische Bedeutung auf ein Minimum herabdrücken wollte.

Wie ist nun aber der wesentliche Unterschied der Resultate aus der wissentlichen und den übrigen Methoden zu erklären? Ich meine so: Der mit S bez. $2S$ bezeichnete Werth ist keineswegs mit der Unterschiedsschwelle identisch. Die Thatsache der Schwelle mag ja die Grundvoraussetzung für die Existenz des S sein, aber zu seiner Entstehung und vor allem seiner Abänderung werden eine Menge anderer Ursachen mitwirken, die hauptsächlich in der Art der Versuchsmethode und in der innern Disposition des Beobachters zu suchen sein werden. Eine besondere Wirkung der Methodik ist es offenbar, wenn die durchschnittlichen Mengen der g -Urtheile von Reihe zu Reihe für beide Beobachter sich im allgemeinen fast gleichmäßig ändern, wenigstens bei fast denselben Werthen beginnen und denselben langsamen oder raschen Verlauf nehmen. Die innere Disposition aber erklärt jene Unsicherheit des Urtheilens, mit der heute soviel, morgen soviel Gleichheitsfälle für ein und dieselbe Differenzeinstellung gebildet wurden. Dieser letztere, durch alle Reihen sich ziehende, empfindliche Uebelstand lässt sich allerdings

durch eine sehr beträchtliche Menge von Partialreihen beseitigen, indem dann ein bestimmter Bewusstseinszustand nahezu gleich oft allen Einstellungen zu Gute kommt; aber die Forderung einer so großen Versuchszahl ist praktisch kaum zu erfüllen. So bleiben denn beide störenden Einflüsse neben einander bestehen, und zu ihnen werden sich noch eine Menge anderer Momente gesellen, die vereint mit einander den an sich constanten Schwellenwerth erheblich variiren. Rechnerisch erhält dadurch S etwa dieselbe Bedeutung wie der constante Fehler p ; es verändert wie dieser die eingestellte objective Reizdifferenz um einen, innerhalb derselben Theilreihe constanten, sonst aber beliebigen Betrag. Im Gegensatz zu dort entspringt diese Abänderung aber aus Ursachen, die von der Zeitlage völlig unabhängig sind. Nun scheinen in denjenigen Verfahren, bei welchen die Kenntniss der Versuchsanordnungen dem Beobachter irgend wie beschränkt wird, jene Mitursachen eine ganz hervorragende Rolle zu spielen; ihre Wirkung scheint die aus der That-
sache einer Unterschiedsschwelle entspringende völlig zu übertönen und damit die Erscheinungen der Variabilität und der Kleinheit von S hervorzubringen. Beim wissentlichen Verfahren werden sie dagegen mehr zurückgedrängt werden, ohne freilich auch hier die Unterschiedsschwelle allein und klar in die Erscheinung treten zu lassen. Vielmehr scheint hier die keinesfalls wegzuleugnende Prä-occupation eine überaus wichtige und für den äußern Erfolg insofern günstige Rolle zu spielen, als sie den Beobachter beim Urtheilen in bestimmten Bahnen hält, aus denen ihn sonst allerhand Miteinflüsse zu ziehen suchen, und als sie ein regelmäßiges Abfallen der g mit wachsendem D bedingt, namentlich aber auch jenes störende Umherspringen im Gleichurtheilen verhindert. So resultirt bei dieser Methode eine ganz auffallende Constanz des S -Werthes, die dessen Brauchbarkeit zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit wahrscheinlich macht. In diesem einen Punkte verdient allerdings das ganze wissentliche Verfahren einen Vorzug vor den übrigen. Aber ob die Größe $2S$ wirklich als »Unterschiedsschwelle« bezeichnet werden darf, erscheint auch in diesem Falle zweifelhaft, da die Constanz dieser Größe wesentlich unter der Wirkung jenes Einflusses der Präoccupation, der sich in seiner Größe nicht bestimmen und daher nicht eliminiren lässt, zu Stande kommt.

Jedenfalls können hiernach neben dem wissentlichen Verfahren die andern Versuchsweisen ein gleiches Recht zur Prüfung der Methode in Anspruch nehmen. Die Grundvoraussetzungen sind ja bei ihnen noch dieselben geblieben: die Beurtheilung derselben zwei Reize, unter welchen äußeren Bedingungen sie auch dem Beobachter geboten werden, hängt noch immer von den gleichen zufälligen, dem Gauß'schen Gesetze sich unterordnenden Fehlern ab; an den Versuchsumständen ist etwas wesentliches nicht geändert, die Beobachter gehen nur mit größerer Unsicherheit und daher anderer Spannung der Aufmerksamkeit an die Beurtheilung heran. Das kann allenfalls eine Veränderung des absoluten Werthes der Unterschiedsempfindlichkeit, vielleicht auch eine kleine Variabilität derselben zur Folge haben, niemals aber bewirken, dass die Unterschiedsempfindlichkeit innerhalb derselben Reihe so beliebig groß und so entschieden unregelmäßig wird. Jede neue Complication des Versuchsvorgangs drückt die g -Fälle auf ein niedrigeres Niveau herab und vermindert dementsprechend die $2S$. Von 52—62% beim wissentlichen Verfahren gehen die Anfangswerthe der g auf 16—22% zurück, die ersten Werthe für $2S$ sehen wir von 0,169*i* zu 0,03*i* bez. 0,02*i* sich vermindern. In solchem — natürlich umgekehrtem — Sprunge kann die Unterschiedsempfindlichkeit unmöglich gefolgt sein; noch viel weniger aber kann sie in derselben Reihe, also bei ganz gleichen Versuchsumständen, auf das 10- bis 50fache sich gesteigert haben, weil $2S$ von seinem noch endlichen Anfangswerthe schon nach der dritten oder nicht viel späteren Differenzeinstellung auf einen minimalen Werth zurückgegangen — und zwar stetig zurückgegangen — ist.

Die Möglichkeit, das Gebiet $2S$, das wir zu Unrecht noch allgemein mit dem Namen »Schwelle« belegen, als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit zu benutzen, ist an eine bestimmte Versuchsanordnung gebunden; eine Veränderung der äußeren Versuchsbedingungen macht es als Maßgröße sofort untauglich. Mit diesem wenig befriedigenden Resultate verlassen wir die Discussion der Müller'schen Größe, um uns nunmehr dem Präcisionsmaß h zuzuwenden.

In der folgenden Tabelle XII sind die h_i , nach der oben beschriebenen Weise berechnet, zusammengestellt; auch hier beginne

Tabelle XII.

Werthe *h*i.

$D \rightarrow$	$1\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$	h_m	V_{Max}	A_m
K.	30°	6,755	6,560	6,026	6,054	6,551	6,631	6,665	6,492							6,466	+ 4,4% — 6,8	3,3%
		8,003	7,947	7,971	7,926	7,907	8,148	8,313	8,129	7,834						8,020	+ 3,7% — 2,3	1,5%
	50°	8,106	7,108	7,014	7,979	7,882	8,735	8,798	8,335	7,541	8,118	7,479				7,918	+ 11,1% — 11,4	5,8%
	60°	7,767	8,502	8,055	8,478	7,868	8,356	7,837	8,019	8,698	8,288	9,000	8,876			8,312	+ 8,3% — 6,5	4,1%
G.	IIa.	9,573	11,645	10,436	11,904	11,248	11,362	11,762	10,975	9,566	10,574					10,905	+ 9,2% — 12,2	6,4%
		6,286	7,144	7,240	6,930	6,849	7,061	7,697	7,515	6,983	8,047	7,904				7,241	+ 11,1% — 13,1	5,5%
	III.	8,704	9,401	9,267	9,427	9,502	8,959	8,780	8,691	8,186	8,407	8,263	7,930	6,628	7,441	8,871	+ 7,1% — 7,7	4,5%
		3,678	3,421	2,887	6,291	4,719	6,555	6,851	8,385	9,029						M_1 M_2		
T.	IIb.	5,257	5,148	4,882	4,695	5,595	5,791	7,023	6,891	6,637	6,368	6,972				5,228 6,778		6,1% 3,2
		5,339	5,885	5,383	6,047	6,556	6,337	6,646	6,344	6,276	5,721	6,275	5,950	6,192	6,099	6,118	+ 9,7% — 12,7	5,2%
	III.																	
$D \rightarrow$	$1\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°	$7\frac{1}{2}^\circ$	h_m	V_{Max}	V_m

ich mit der Aufführung der Resultate des wissentlichen Verfahrens, um daran die Werthe der andern Beobachter, nach den Versuchsmethoden IIa, IIb und III geordnet, anzuschließen.

Schon ein flüchtiger Blick auf die Tabellen belehrt uns über die große Regelmäßigkeit der Ergebnisse innerhalb derselben Horizontalreihe; daran vermag keine neue Versuchsbedingung etwas zu ändern. Die Werthe variiren zwar noch immer, aber doch zwischen so engen Grenzen und so gleichmäßig nach oben und unten, dass von voller Constanz der h gesprochen werden kann. Auch hier lassen die Endwerthe größere Abweichungen erkennen; das ist nach dem früheren zu selbstverständlich, als dass es noch besonders auffallen könnte, es ändert am Gesammtergebniss jedenfalls nichts. Am Anfang einer Reihe werden eben kleine Einstellungsfehler beträchtlicher ins Gewicht fallen als in der Mitte, während am Ende eine nur geringe Veränderung der r schon eine große Variation der t und somit der h hervorbringt. Uebrigens musste auch hier ganz am Ende, um Fehlschläge zu vermeiden, einige Male abweichend fractionirt und statt $r = 100$ auch $r = 99,99 \dots$ genommen werden. So geben also die Gesamtmittelwerthe der Tab. XII kein ganz genaues Bild von der Größe h ; die mittleren Variationen würden in ihrem Werthe hier und da sich noch vermindern, wenn wir jene unregelmäßigen Grenzwerte ausschliessen. Wir haben dies bezüglich der obersten Werthe nur einmal bei G. III gethan. Für T. sind übrigens in IIa und IIb aus einem später zu erörternden Grunde zwei Mittelwerthe h_m (M_1 und M_2) gebildet; in IIa sind auch hier die beiden letzten Grenzwerte außer Rechnung gelassen.

Was nun die einzelnen Reihen anbelangt, so stehen zunächst die Resultate des wissentlichen Verfahrens keineswegs hinter den Werthen $2S$ der Tab. XIa zurück; sie haben im Gegentheil vor ihnen den Vorzug noch größerer Constanz: die mittleren Variationen sind durchweg bedeutend kleiner, sie betragen im Durchschnitt noch nicht 4%, gegen 6,7% dort. Auch die grössten Abweichungen vom Mittel gehen hier kaum über 10% (gegen 16—20% bei $2S$) hinaus. Ferner hält die Constanz über beträchtlich mehr Einstellungen an, sie zeigt sich noch bei Differenzen, bei denen dort schon ungenaue Grenzwerte substituirt werden mussten. Kurz, erwies sich dort $2S$ zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit als brauchbar, so

ist das hier mit h in noch viel höherem Grade der Fall. Seine eigentliche Bedeutung als allgemeine Maßgröße erhält h aber erst dadurch, dass es gleich regelmäßig auch in den andern Versuchsreihen verläuft. Nicht bloß dass es vollkommen constant ist da, wo es auch für $2S$ noch einen endlichen, wenn auch variablen Werth gibt, so bleibt es auch in dem weiteren Differenzengebiete beständig sich nahezu gleich, wenn die g -Fälle längst weggefallen sind und lediglich die r zur Bestimmung seines Werthes herangezogen werden können. Darin liegt überhaupt der wesentliche Vorzug des h , dass es in seiner Größe und Constanz ganz unabhängig ist von der Zahl und dem Vorhandensein der g -Urtheile. Die Methode der r - und f -Fälle erhält, wenn man sich bei ihrer Auswerthung auf das Präcisionsmaß h stützt, eine weitergehende Bedeutung, sie bleibt anwendbar fast bis zu dem Punkte der Differenzenreihe hin, wo alle Fälle »richtig« werden.

So erhielt man — um zur Tab. XII zurückzukehren — in Reihe IIa, bei welcher sich früher nur 3, noch dazu unbrauchbare S ergaben, 9 bez. 10 gut übereinstimmende Werthe für h . Die Constanz wurde, namentlich in Bezug auf den einen Beobachter, eine wesentlich bessere in der Parallelreihe IIb; bei 3 reichte die gute Uebereinstimmung beiderseits über ein weites Differenzengebiet, nämlich bis $D = 0,235i$ (bez. $0,187i$). Naturgemäß bewegten sich die Abweichungen vom Mittelwerthe innerhalb weiterer Grenzen als beim Verfahren I; doch gingen auch hier die mittleren Variationen kaum über 6% hinaus.

Um die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment anschaulicher zu machen, habe ich nach dem Vorgange von G. Lorenz das graphische Verfahren angewendet und die Abhängigkeit der r und hD von einander, wie die Theorie sie fordert und die Versuche sie ergeben, in zwei Curven dargestellt. Mit beliebiger Einheit wurden zunächst die verschiedenen hD der Fundamentaltabelle als Abscissen aufgetragen, dazu mit ebenso beliebiger Einheit die zugehörigen r' als Ordinaten genommen und die gefundenen Punkte zu einer Curve, der theoretischen, verbunden. Aus dem Mittelwerthe h_m der einzelnen, aus den Versuchen berechneten h und aus den zur Verwendung gekommenen D wurden die Producte $h_m \cdot D$ gebildet, diese mit gleicher Einheit wie oben

als Abscissen abgetragen, die zugehörigen r' der Versuche als Ordinaten gewählt und so eine zweite Curve, die experimentelle, construiert. Aus dem relativen Verlaufe beider Curven konnte man ohne weiteres einen Schluss auf die mehr oder minder genaue Bestätigung der Theorie ziehen¹⁾. Fig. 3 der angefügten Tafel I stellt zunächst die entsprechenden Resultate meiner eigenen Beobachtungen dar. Die theoretische Curve ist, ebenso wie später, voll ausgezogen, die experimentellen Linien für die einzelnen Fallhöhen aber sind in der aus den Bezeichnungen der zur Figur ersichtlichen Weise dargestellt. Von den beiden experimentellen Curven der Fig. 4 für die Beobachter G. und T. habe ich mich auf eine Darstellung der Resultate der unwissentlichen Methode beschränkt.

Die Uebereinstimmung beider Linien ist eine durchgängig gute; die experimentelle Curve hat entschieden die Tendenz, in der von der Theorie geforderten Weise zu verlaufen. Die Abweichungen sind bei dem großen Maßstabe, der zur Verwendung kam, keine beträchtlichen, außerdem kommen sie fast gleichmäßig nach oben und unten vor, sie gleichen sich aus und lassen auf vollständige Deckung, somit auf genaue Constanz des h schließen.

Solche ungefähre Regelmäßigkeit und Constanz ist aber durchaus erforderlich für einen Experimentalwerth, den man zur Messung der innerhalb derselben Versuchsreihe jedenfalls nicht wesentlich veränderten Unterschiedsempfindlichkeit benutzen will. Wenn irgend eine Größe zu solchem Maße tauglich ist, ist es durchgängig vollkommen und einzig das Präcisionsmaß h . Es ist nicht nöthig, hier die theoretischen Gründe zu erörtern, die Fechner anführt, um seine Größe h für den angedeuteten Zweck empfehlenswerther zu machen. Abgesehen davon, dass denselben ebenso viele und ebenso triftige, a priori für S sprechende von G. E. Müller entgegengesetzt werden, so gewinnen derartige theoretische Motivirungen erst dann an Wahrscheinlichkeit, wenn lange Erfahrung und vor allem richtig

1) In den Zeichnungen ist überall als Abscisseneinheit für $hD = 0,1$ ca. 8 mm zu Grunde gelegt, als Ordinateneinheit für 10% die Länge von ca. 16 mm genommen, so dass also einer Zunahme von 1 cm in der Abscisse ein Wachsen des hD um 0,125, in der Ordinate ein Wachsen des r' um $6\frac{2}{3}\%$ entspricht. Die Ordinaten beginnen mit ihrem Anfangswerthe $r'\% = 50$, um Raum zu sparen, zu tief; in Wirklichkeit hat man sich die Curven also ca. 8 cm höher zu denken.

ausgeführte Experimente für sie sprechen. Nur weil unsere — ich will hoffen, einwandfreien — Versuche durchweg die Fechner'sche Annahme vollkommen bestätigten, entschlossen wir uns, sein h und nur dieses allgemein als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit gelten zu lassen.

Die äußeren und inneren Bedingungen scheinen allerdings bei der wissentlichen Methode derart zu sein, dass hier das Gebiet $2S$ eine der Unterschiedsschwelle analoge Größe repräsentirt und dass es als solche neben dem h als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit benutzt werden darf; wenigstens geht dies aus der durch das Experiment erwiesenen Constanz innerhalb derselben Reihe, im übrigen besonders aber auch aus folgendem Umstande hervor: die Werthe h und $\frac{1}{S}$ nehmen auch von Reihe zu Reihe einen ganz analogen Verlauf, derart, dass mit einer größeren oder geringeren Zunahme des h eine ganz entsprechende Abnahme des S verbunden ist. Die Producte $h.S$ sind für die verschiedenen Normaleinstellungen nahezu constant, sie betragen für 30° , 40° , 50° und 60° bez. 0,50, 0,51, 0,52 und 0,45. Die so für h und S erhaltenen Gesammtergebnisse stehen mit den bisherigen Resultaten anderer Experimentatoren in durchaus keinem Widerspruche; alle, insbesondere Fechner und Merkel, die einen Parallelismus zwischen h und $\frac{1}{S}$ constatiren konnten, bedienten sich des wissentlichen Verfahrens, für welches auch ich eine Gleichberechtigung beider bezüglich ihrer Verwendbarkeit zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit nicht leugnen kann.

Möglicherweise werden hierbei freilich zwei verschiedene Seiten der Unterschiedsempfindlichkeit der Messung unterworfen, eine, welche mit der Zahl und Größe der Beobachtungsfehler sich verändert und die man passend mit »Feinheit« der Unterschiedsempfindlichkeit bezeichnen könnte, und die andre mehr quantitative, die in dem Grade der Deutlichkeit, mit welchem der Unterschied zweier Reize empfunden wird, zum Ausdruck kommt und für welche etwa der Name »Größe« der Unterschiedsempfindlichkeit geeignet wäre. Jene findet ihr Maß an der Größe des durchschnittlichen Fehlers oder an dem Fechner'schen h , diese an dem reciproken

Werthe des mit bestimmter Deutlichkeit empfundenen Reizunterschiedes, beispielsweise an dem eben merklichen Unterschied bez. dem S unserer Methode. Die lange Reihe unserer Versuche würde dann dafür sprechen, dass beide nur bei einer dazu geeigneten Versuchsanordnung einander parallel gehen, dass im übrigen aber die »Größe« der Unterschiedsempfindlichkeit sich mit den Versuchsbedingungen und durch subjective Einflüsse beträchtlich verändert, während die »Feinheit« durch alle Methoden hindurch wesentlich intact bleibt.

Man hat den Einwand erhoben, dass h ein an sich wenig verständliches Maß der Unterschiedsempfindlichkeit sei, dass man »in gewisser Beziehung nicht recht wisse, was man damit anfangen solle«. Freilich ist ein concreter Maßstab an die absolute Größe h nicht anzulegen; bei der Angabe $hi = 9$ können wir uns zunächst nichts denken, so lange nicht das Ergebniss einer andern Versuchsreihe oder eines zweiten Beobachters zur Vergleichung herangezogen wird. Das ist allerdings bei S nicht in derselben Weise nöthig, und ein $S = 0,3 i$ gibt für sich schon einen bestimmten, fasslichen Sinn. Aber verlangen wir denn für die Unterschiedsempfindlichkeit einen solchen Maßwerth? Ist nicht auch ihr Ausdruck als reciproker Schwellenwerth erst eine aus der Erfahrung gewonnene, besondere Interpretation? Es genügt unter allen Umständen, die Unterschiedsempfindlichkeit in ihrer relativen Größe zu erhalten, die bloße Angabe, dass sie in einem Falle 9, im andern 3 gewesen sei, gibt uns über ihr Wesen genügenden Aufschluss. Es ist dann also gleichgültig, ob sie an concreten Dingen oder abstracten Zahlen, ob an benannten oder unbenannten Größen gemessen wird. Uebrigens können wir ja jederzeit die mathematische Deduction der Formeln bis zum Werthe des mittleren oder des wahrscheinlichen Fehlers F weiterführen. Nach den Wahrscheinlichkeitsgesetzen, deren principielle Gültigkeit wir bei unsern Untersuchungen immer voraussetzen, ist F an die Bedingungsgleichung

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hF} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}$$

oder auf unsere Formeln übertragen, an

$$\frac{r'}{n} \equiv \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{hF} e^{-t^2} dt = \frac{3}{4}$$

gebunden, woraus sich nach der Fundamentaltabelle und durch ausführliche Interpolation

$$hF = 0,476936$$

oder

$$F = \frac{0,476936}{h}$$

bestimmt. Damit ist das Unterschiedsempfindlichkeitsmaß auf genau dieselbe Form gebracht, in der wir S kennen lernten. S war diejenige Größe der eingestellten Differenz D , bezogen auf die Normalintensität i , für welche $\frac{r}{n} = \frac{1}{2}$ wurde, die also ebenso oft erkannt als verkannt wurde; F ist diejenige Fehlergröße, in derselben Weise wie S in Bruchtheilen von i ausgedrückt, welche mit gleicher Wahrscheinlichkeit, also gleich häufig überschritten wie nicht erreicht wird. Die Unterschiedsempfindlichkeit ist diesem Fehler ebenso umgekehrt proportional wie die Schwelle, sie kann durch den reciproken Werth von F ebenso gut ausgedrückt und gemessen werden, wie durch $\frac{1}{S}$. Demgemäß erhalten die F ein entsprechendes Aussehen wie die S , sie nehmen in Reihe I auch genau den gleichen Verlauf wie diese. Umstehende Tab. XIII gibt uns eine Zusammenstellung der F , ausgedrückt in Tausendteilen der Normalintensität. Einer näheren Erläuterung bedarf die Tabelle nicht.

Auf der andern Seite findet aber auch der Werth S , selbst in dem Verfahren I, keine so einfache Erklärung wie etwa in der Methode der Minimaländerungen; S ist mit der Unterschiedsschwelle dieser Methode keineswegs identisch, die Bestimmungsweisen des S hier und dort sind durchaus verschiedene, im Gange sowohl wie im Ziele. Dort soll aus einer beschränkten Zahl ganz gleich verlaufender Beobachtungsreihen mit regelmäßig abgestuften Versuchen die Mitte zwischen Gleichheitspunkt und Ebenmerklichkeitspunkt festgestellt, hier aber in einer möglichst großen Menge von einander unabhängiger Fälle die Differenz bestimmt werden, die ebenso oft

Tabelle XIII.

Der wahrscheinliche Fehler F .

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$6 1/2^\circ$	7°	$7 1/2^\circ$	Mittel
K. {	30°	71	73	79	79	73	72	72	73							74
	40°	60	60	60	60	60	59	57	59	61						59,6
	50°	59	67	68	60	61	55	54	57	63	59	64				60,6
	60°	61	56	59	56	61	57	61	59	55	58	53	54			57,5
G. {	II a.	50	41	46	40	42	42	41	43	50	45					44
	II b.	76	67	66	69	70	68	62	63	68	59	60				66
	III.	55	51	51	51	50	53	54	55	58	57	58	60	72	64	54
F. {	II a.	130	139	165	76	101	73	70	57	53						
	II b.	91	93	98	101	85	82	68	69	72	75	68				92 70
	III.	89	81	87	79	73	75	72	75	76	83	76	80	77	78	78

erkannt wie nicht erkannt wird. Kommt jener Methode der Einfluss größerer Regelmäßigkeit und Gewöhnung zu statten, so verlangt sie andererseits zur Constatirung des Unterschiedes einen höheren Grad von Deutlichkeit; ihr S würde, als Differenz in die Methode der r - und f -Fälle eingesetzt, nicht 50% sondern mehr r -Urtheile ergeben. Das sind aber Unbestimmtheiten in den grundlegenden Voraussetzungen, die eine Vergleichbarkeit beider Größen unmöglich machen. Wenn daher Müller zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit einzig und allein S zulassen, alle anderen D aber ausschließen will, so macht er sich insofern doch einer Inconsequenz schuldig, als auch er zwei beliebige, zu einander in keiner bestimmten Beziehung stehende Unterschiede D als Maßgrößen benutzt. Nach meiner Meinung haben die S unserer Methode, für welche $\frac{r}{n} = \frac{1}{2}$ wird, keine wesentlich andere Bedeutung als beliebige D , die gleich viele r , f und g bez. r' und f' liefern, d. h. es ist jede Differenz D , so weit sie den Forderungen der Theorie im allgemeinen

genügt, also vor allem hinreichend klein ist, zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit brauchbar.

So kann uns denn die Thatsache, dass die beiderseitigen *S*-Werthe durchaus nicht gleich an Größe sind, nicht besonders mehr überraschen: die Werthe unserer Methode bleiben auch hier, wie bei andern Experimentatoren, weit hinter den Schwellen der Methode der Minimaländerungen zurück, für welche letzteren aus freilich nicht sehr eingehenden und nur bei 60° durchgeführten Versuchen an mir selber 0,2—0,23*i*, nebenbei gesagt aus Versuchen mit G. und T. bez. 0,168*i* und 0,213*i* gefunden wurde. Es sind diese Werthe allerdings noch sämmtlich kleiner, als die sonst gefundenen Unterschiedsschwellen für Schallempfindungen, die sich um 0,33 . . *i* herumbewegten, aber sie übertreffen an Größe immerhin noch um vieles die *S* unserer Methode, die für K. im Mittel = 0,054*i* und für G. und T. im Maximum 0,018*i* und 0,042*i* waren, ein Beweis, dass wir in der That in der Methode der ebenmerklichen Unterschiede einen — wenn ich mich so ausdrücken soll — höheren Grad von Deutlichkeit, d. h. aber eine ganz anders bestimmte Schwelle fordern. Wir können im Grunde genommen zwei Arten von Schwellen unterscheiden, die eine, kleinere, bei der es sich um das bloße Constatiren eines Unterschiedes überhaupt handelt, die zweite, grössere, bei der daneben noch die Angabe der Richtung dieses Unterschiedes verlangt wird. Die letztere wird durch die Methode der Minimaländerungen genau und vollkommen bestimmt, und wenn ich das *S* der Methode der *r*- und *f*-Fälle — soweit es überhaupt brauchbar ist — auch nicht gerade mit der zuerst gekennzeichneten Schwelle identificiren möchte, so liegt es seiner ganzen Bestimmungsart nach doch derselben näher als dem ebenmerklichen Unterschiede, für den in unserer Fehlermethode die Wahrscheinlichkeit fast Gewissheit geworden ist.

IX. Vergleichung der Resultate nach den Versuchsmethoden.

Vergleichen wir nunmehr die nach den einzelnen Methoden gewonnenen Resultate, um aus ihnen einen Schluss auf die Bedeutung und die Güte der Verfahren zu ziehen. Im allgemeinen lassen alle Reihen eine gute und für unsern Zweck hinreichende

Constanz des h erkennen. Eine Ausnahme macht zunächst nur die zeitlich erste Reihe für T., die abgesehen von ziemlich großen Abweichungen vom Mittel und von einigen unverständlichen Endwerthen noch die eigenthümliche Erscheinung zeigt, dass die für die ersten Einstellungen nahezu constanten h plötzlich auf ein höheres, im übrigen wieder constantes Niveau überspringen. Eine Vergleichung der Tabellen XII und Vb zeigt, dass diese Unstetigkeit genau mit derjenigen Differenz einsetzt, bei welcher der Beobachter g -Urtheile zu fällen aufhört. Von einer Zufälligkeit dieser Erscheinung und namentlich ihres Eintretens kann nicht gut die Rede sein, da sie bei der spätern Wiederholung derselben Reihe (IIb) — wie Tabelle XII und VIb zeigen — in genau gleicher Weise und mit gleicher Schärfe hervortritt. Auf Kosten der Rechnung ist diese Unstetigkeit mit Rücksicht auf die sonst ganz regelmäßigen Werthe h kaum zu setzen, am allerwenigsten dürfte sie nur auf eine falsche Vertheilung der g -Fälle zurückzuführen sein. Zwischen dem plötzlichen Anwachsen der Unterschiedsempfindlichkeit und dem Ausfallen der g -Fälle muss ein psychologischer Zusammenhang zu construiren sein. Der Beobachter ist anfangs offenbar vor eine schwierigere Wahl gestellt als später: er hat sich zunächst für Nicht-Empfinden oder Empfinden eines Unterschiedes, also für ein »gleich« oder »nicht gleich«, zu entscheiden, im letzteren Falle dann aber weiter sich für ein »größer« oder »kleiner« zu erklären. Dies hat er zu thun, bis er unterstützt, und beeinflusst durch die aus der Wissenschaftlichkeit der Methode entnommene Erfahrung, Gewissheit über das Vorhandensein eines Unterschiedes in der Empfindung erlangt, bis er also die g -Urtheile ausscheidet. Er constatirt nun fast immer, und später im Gefühle erlangter Sicherheit immer, einen Unterschied, aber er irrt sich infolge der besondern Versuchsbedingungen noch in der Richtung dieses Unterschiedes; er urtheilt von vornherein nur »größer« oder »kleiner«, über den ersten Theil seiner urtheilenden Thätigkeit hat er sich völlig hinweggesetzt. Der zwischen den beiden letzteren Möglichkeiten ($>$ u. $<$) vorzunehmende Wahllact scheint eine größere Leichtigkeit und Geläufigkeit der Urtheilsabgabe, dies aber wieder eine Zunahme des Unterschiedsempfindlichkeitswerthes zur nothwendigen Folge zu haben. So sehen wir in Tab. XII den Werth h in einem Falle von 3,3 . . auf beinahe das Doppelte, nämlich

6,00, im andern von 5,2 auf 6,8 überspringen und in innigem Zusammenhang damit in letzterer Reihe die mittlere Variation von 6,1 auf 3,2% sich vermindern. Es ist eben die Genauigkeit und die ganze Art der Auffassung eine andere geworden; die beiden Werthe der Unterschiedsempfindlichkeit sind kaum noch mit einander vergleichbar. Dass übrigens diese Unstetigkeit im Verlaufe des h keine durchaus nothwendige ist, sondern dass sie lediglich der individuellen Auffassung und Beurtheilung entspringt, geht daraus hervor, dass nur bei T. sich diese Eigenthümlichkeit zeigt, während sonst überall ein durchweg constantes h sich ergibt. Anderseits ist das plötzliche Anwachsen des h an eine besondere Versuchsanordnung gebunden. Der Beobachter muss über die Größe der eingestellten Differenz in Kenntniss sein, die Bekanntschaft mit den wiederholt gehörten Reizintensitäten, also Erinnerung und Gewöhnung an ihm Bekanntes müssen ihn so weit präoccupiren, als ihm von bestimmtem D an die Empfindung eines Unterschiedes ganz geläufig wird und er über die g -Urtheile ohne weiteres hinweggehen kann. Dieses unwillkürliche Ausschalten einer Gattung von Fällen würde auf Kosten der f vor sich gehen, wenn der Reagent auch über die Reihenfolge der Schläge unterrichtet wäre, wenn er also völlig wissentlich urtheilte. Der Ausfall der f , wie er beim ganz wissentlichen Verfahren zuerst eintritt, kann aber zu einer ähnlichen Unstetigkeit, wie oben, gar keinen Anlass geben, da die urtheilende Thätigkeit noch immer zwischen einem »gleich« und »nicht gleich« und im letztern Falle zwischen einem »größer« und »kleiner« zu wählen hat, wobei allerdings die letztere Wahl durch die Wissentlichkeit des Verfahrens wesentlich erleichtert ist.

So liegt also nur bei einer unserer Versuchsmethoden, nämlich der halbwissentlichen, die Möglichkeit zu einer sprungweisen Aenderung des h vor. Ein Schritt nach dem einen oder andern Ende der Methodenreihe hin beseitigt sofort den Uebelstand: In dem ganz wissentlichen Verfahren verschwinden immer die f - vor den g -Fällen, bei $g = 0$ wird dann gleichzeitig $\frac{r}{n} = 1$ und die ganze Methode hört auf, anwendbar zu sein. Bei der unwissentlichen Methode aber geht der Beobachter mit immer frischer und gleicher Spannung der Aufmerksamkeit und unter ganz denselben innern Bedingungen

an den Einzelversuch heran, keine Kenntniss der Versuchsumstände, kein Erfahrungsschluss hilft ihm hier über die Schwierigkeiten des Urtheilens hinweg, es sind ihm alle Möglichkeiten »gleich« und »nicht gleich«, »größer« und »kleiner« im selben Grade wahrscheinlich. — Mag im übrigen nun aber die hier gegebene Erklärung die richtige sein oder nicht, die Thatsache, dass nur das halbwissentliche Versuchsverfahren die angeführte störende Eigenthümlichkeit zeigt, weist dieser Methode den Platz hinter den beiden andern an. Sie sollte, wenn nicht die Umstände es durchaus nöthig machen, in praxi überhaupt keine Verwendung finden.

Von den andern Versuchsverfahren ist und bleibt das »ganz wissentliche« das bequemste und durch das Gewicht der Versuchszahlen auch verhältnissmäßig sicherste; unter Umständen liefert es sogar 2 Größen zum Messen der Unterschiedsempfindlichkeit, von denen die eine zur Controle der andern benutzt werden darf. Aber die Methode leidet bei aller Ungebundenheit im Aeußern an einem inneren Zwange; die auffallend regelmäßigen Resultate sind durch Präoccupation zu Stande gebracht, sie liefern bei aller Sorgfalt des Beobachters kein vollkommen reines Bild von dem Gange der Unterschiedsempfindlichkeit. Auch darin gebe ich Angell¹⁾ Recht, »gerade je gewissenhafter der Reagent zu Werke geht, je mehr genau er zu schätzen bestrebt ist, desto schneller greift er unbewusster Weise nach Associations- und Erfahrungsmomenten«, die ihm bei der Art der Versuchsbedingungen reichlich zur Verfügung stehen. Von solchen Mängeln ist die unwissentliche Methode völlig frei. Sie ist zwar die schwierigste und deshalb am langsamsten zum Ziele führende, aber sie liefert durchaus zuverlässige Werthe und bleibt über ein weites Differenzenintervall praktisch anwendbar. Bei der zweifelhaften Bedeutung, die wir den *g*-Urtheilen beileigten, gewinnt sie noch dadurch vor der ersten Methode an Werth, als sie diese *g* auf eine bedeutend niedrigere Anzahl herabdrückt und ihnen daher den wesentlichen Einfluss auf die Endresultate entzieht. So führt diese Methode, ohne das Urtheil einem Zwange zu unterwerfen, zu jenem Idealfalle hin, den Jastrow-Kraepelin-Higier mit Gewalt construiren, dem Falle, wo nur *r*- und *f*-Urtheile vorkommen.

1) Angell, a. a. O. S. 429.

Von allen 3 Versuchsverfahren bewährt sich also das ganz unwissentliche am besten. »Nur unter völligem Ausschluss aller Factoren der Erwartung und Gewöhnung darf man Ergebnisse von Versuchen mit successiven Reizen als endgültig und maßgebend betrachten.«

X. Einfluss der Uebung; individuelle Verschiedenheiten; Zeitfehler.

Es fragt sich noch, in welcher Weise h und also die Unterschiedsempfindlichkeit selber mit den Versuchsumständen sich ändern wird. Ich schicke voraus, dass ich — wenigstens bei oberflächlicher Durchsicht der entsprechenden Resultate — von einem merklichen Einfluss der Ermüdung und der innerhalb der Versuchsstunde zunehmenden Uebung, übereinstimmend mit Higier¹⁾, nichts bemerken konnte. Die mit der Zeit sich steigernde Gewöhnung und Uebung müsste sich offenbar in einer Vergrößerung des h äußern. Leider ist auch eine solche Aenderung aus den Protokollen heraus kaum zu constatiren, da die Versuche derselben Reihe zeitlich nicht weit genug auseinander liegen, die verschiedenen Reihen aber wegen veränderter Einstellung oder modificirter Versuchsanordnung überhaupt kaum noch vergleichbar sind. Meine eignen Beobachtungen dürften als ganz unabhängig von der Uebung zu betrachten sein, da dieselbe nach einer so beträchtlichen Menge von Vorversuchen kaum noch einer Steigerung fähig sein konnte. Wenn die Ergebnisse daher eine durchschnittliche Abnahme der Unterschiedsempfindlichkeit mit der Zeit erkennen lassen, so ist daraus nicht etwa ein Schluss auf eine der oben angedeuteten entgegengesetzte Wirkung der Uebung zu ziehen, als vielmehr ein Einfluss anderer Umstände, insbesondere der Fallhöhe anzunehmen. Ich finde eine nicht gerade beträchtliche und regelmäßige Verminderung der Unterschiedsempfindlichkeit mit abnehmender Pendelelevation und führe dies theils auf die notorisch stärkere Betheiligung der Aufmerksamkeit bei intensiveren Reizen, anderntheils auf die Qualität der Reize und auf das die Empfindung begleitende Gefühl zurück. So dürfte insbesondere die starke Abnahme des h bei 30° dadurch zu erklären sein, dass hier die Schalle im Vergleich zu früher nur schwach und

1) Higier, Phil. Stud. VII, S. 251.

gleichsam verschleiert ans Ohr gelangten und in dem Beobachter geringere Befriedigung erzeugten als die sonst benutzten Intensitäten. Am angenehmsten erschienen mir in dieser Beziehung die Empfindungen bei 60^0 ; diese schon früher gemachte Erfahrung veranlasste mich auch, gerade diese Einstellung den halbwissentlichen und unwissentlichen Reihen zunächst (leider wurde es ausschließlich) zu Grunde zu legen.

Mit noch geringerem Rechte als meine Resultate können die h der andern Beobachter mit einander verglichen werden, der Unterschiedsempfindlichkeitswerth ist hier die Resultante aus den verschiedensten Einflüssen; neben der Uebung kommen Umgebung und Zeit, Spannung der Aufmerksamkeit und innere Disposition, vor Allem die Art des Versuchsverfahrens selbst mit in Betracht. So ergibt sich bei G. die größte Unterschiedsempfindlichkeit in dem zwar zeitlich ersten, aber auch leichtesten Verfahren, während auffallender Weise in dem nur wenig schwierigeren und der Zeit nach spätesten, also bezüglich des Uebungseinflusses günstigsten Verfahrens IIb ein kleinerer Werth h resultirt als bei der ganz unwissentlichen Methode. Diese mannigfach einwirkenden Momente haben bei G. zur Folge, dass die h in den zeitlich aufeinander folgenden Verfahren sogar immer kleiner werden. Bei T. wächst die Unterschiedsempfindlichkeit im allgemeinen mit der Zeit, also mit der Uebung. Groß sind übrigens die Aenderungen der h beim Uebergange von einer Methode zur andern gerade nicht. Im Durchschnitt ergibt die unwissentliche Methode einen mittleren Werth für die Unterschiedsempfindlichkeit, — ein weiterer Vorzug also, den diese Methode vor den andern Verfahrensweisen hat. Dagegen weichen die Ergebnisse der einzelnen Beobachter durchgängig weit von einander ab. Im Mittel ist die Unterschiedsempfindlichkeit von:

$$K. = 7,52 \quad G. = 9,0 \quad T. = 5,61$$

bez. wenn man sich bei letzteren nur auf die Reihe III bezieht $= 8,87$ und $6,21$. Hier zeigt insbesondere G. eine bedeutend größere Empfindlichkeit, was sich in den einzelnen Reihen durch eine auffallend geringe Menge von g -Fällen zu erkennen gibt und wahrscheinlich in der musikalischen Bildung des Beobachters seine hinreichende Erklärung findet. G. ist eifriger Cellospieler, und daher sein Ohr auf die feinsten dynamischen Aenderungen eingeübt.

Dies führt mich unmittelbar noch zu einer weiteren individuellen Verschiedenheit in den Resultaten, die in der Beschaffenheit der constanten Fehler liegt. Der Zeitfehler p drückt sich oben (S. 559) in der Formel

$$\pm p = \frac{(t_{1I} - t_{1II}) + (t_{2I} - t_{2II})}{4h}$$

aus, wobei ich mit Fechner unter $+ p$ den Werth verstehe, der die Reizdifferenz in der I. Zeitlage vergrößert, in der II. verkleinert, dem also in jedem Falle eine Ueberschätzung des zeitlich ersten Reizes entspricht. Wir nahmen an, dass p innerhalb einer Partialreihe von 25 Versuchen constant bleibe, dass es sich sonst aber von Einstellung zu Einstellung, ja von Reihe zu Reihe beliebig ändern könne. Eine volle Constanz der schließlichen Mittelwerthe braucht daher nicht vorhanden zu sein; wir werden in der Beziehung von ihnen jedenfalls nicht mehr zu erwarten haben, als von den Mittelwerthen 2 S . Auch hier machen sich ja die allerverschiedenartigsten Einflüsse äußerer und innerer Natur geltend, aus deren Zusammenwirken bez. deren Conflict unter Umständen sich die »proteusartige Variabilität«¹⁾ des Fehlers erklärt.

Tab. XIV gibt die »constanten Fehler« für die uns in der Hauptsache noch interessirenden Reihen I und III. In den Methoden IIa und IIb zeigen sie, was die Richtung anbelangt, denselben, nur bezüglich der Größe einen weniger regelmäßigen Verlauf.

Der Zeitfehler ist meist von verschwindender Größe, namentlich beim unwissentlichen Verfahren und hier wieder insbesondere bei T . In seinem Verhältniss zur eingestellten Differenz ist er nur in einigen Anfangswerthen ($D = \frac{1}{2}$) beträchtlich; darum sind auch die ersten Werthe für h und 2 S nicht in demselben Grade zuverlässig, wie die anderen. Sonst weichen die einzelnen Werthe von p ziemlich stark, und zwar nach beiden Seiten von einander ab; die Größe des Fehlers scheint auch hier, wie bei Fechner, nicht wesentlich von D abzuhängen. Nur ganz im allgemeinen lässt sich eine Zunahme des absoluten Fehlerbetrages bez., wenn wir die Richtung

1) Fechner, Elemente. II. S. 142.

Tabelle XIV.
Zeitfehler *p*.

$D \rightarrow$	$1\frac{1}{2}^\circ$	1°	$1\frac{1}{2}^\circ$	2°	$2\frac{1}{2}^\circ$	3°	$3\frac{1}{2}^\circ$	4°	$4\frac{1}{2}^\circ$	5°	$5\frac{1}{2}^\circ$	6°	$6\frac{1}{2}^\circ$	7°
K.	60°	-0,017	-0,018	-0,020	-0,035	-0,042	-0,046	-0,038	-0,051	-0,047	-0,036	-0,035		
	50°	-0,017	-0,013	-0,019	-0,032	-0,034	-0,037	-0,026	-0,031	-0,048	-0,035			
	40°	-0,009	-0,004	-0,007	-0,007	+0,004	-0,003	-0,009	+0,006	+0,011				
	30°	+0,0017	+0,0045	+0,007	+0,0076	+0,0028	+0,0016	+0,019	+0,0118					
G. III.	60°	+0,009	+0,004	+0,0064	+0,0017	+0,0045	+0,0139	+0,013	+0,0037	+0,0181	+0,0069	+0,0094	+0,0113	+0,0062
T. III.	60°	+0,0043	-0,003	-0,0020	-0,0061	+0,0017	+0,0005	-0,001	-0,0025	+0,0002	-0,005	-0,0008	-0,0027	-0,0043

mit ins Auge fassen, die Tendenz einer Aenderung im negativen Sinne constatiren.

Der Unterschied in der Richtung der Fehler ist es nun, dem wir noch einige Worte widmen müssen. Ein negativer Fehler würde — wie oben aus einander gesetzt — auf die Neigung des Reagirenden schließen lassen, den jedesmal zweiten Schall zu überschätzen. Diese Tendenz aber fände darin ihre natürliche psychologische Erklärung, dass die beiden zeitlich auf einander folgenden Reize dem Bewusstsein unter verschiedenen Bedingungen geboten werden. Während der erste Reiz für das Urtheil nur als Erinnerungsbild in Betracht kommt, wird der zweite als unmittelbare Empfindung aufgefasst; jener befindet sich im Blickfelde, dieser im Blickpunkte des Bewusstseins. Hierzu kann als weiterer Grund, wie schon Starke bemerkt, noch die physiologische Nachwirkung der Reizung kommen. So finden im Gebiete der Schallempfindungen in der That alle bisherigen Experimentatoren — mit nur einer schon erwähnten Ausnahme — negative Zeitfehler, und auch aus den meisten der uns vorliegenden Beobachtungsergebnisse geht ein solcher hervor. Dass daneben aber doch auch Fehler entgegengesetzter Art

auftreten, dass sich namentlich für den einen Beobachter (G.) durchgehend positive Werthe ergeben, lässt darauf schließen, dass jene Art der Auffassung und Beurtheilung nicht die einzig mögliche und nothwendige ist. Es lässt sich vielmehr auch denken, dass der Reagent dem ersten Schalle als dem Hauptreize seine besondere Aufmerksamkeit zuwendet, dass er diesen im Bewusstsein festzuhalten und mit möglichst unverminderter Frische als Maßstab an den zweiten Reiz heranzutragen sucht. Bei der Spannung und der Sorgfalt, mit der er den Normalschall fixirt, wird er den Vergleichsreiz weniger genau und lebhaft auffassen, also ihn unterschätzen. Naturgemäß wäre diese Beurtheilungsweise an eine ganz kurze Aufeinanderfolge der Reize, wie sie in unsern Versuchen vorlag, gebunden. Es wäre von Interesse zu untersuchen, ob bei verlängertem Zeitintervall der Zeitfehler in negativem Sinne sich ändert, sowie ob und wann er hierbei auf Minus-Werthe überspringt. Ich meine aber, nur durch eine solche oder ähnliche besondere Art der Auffassung lässt es sich erklären, dass G. unter allen Umständen und in jeder Reihe mehr r' bei der zweiten Zeitlage als bei der ersten erhält. Freilich muss es noch immer befremden, dass auch bei T. sich unter die sonst negativen Fehler einige positive mischen, vor Allem, dass sich bei meinen Versuchen das negative Vorzeichen beim Uebergang zu kleinen Fallhöhen, insbesondere zur Amplitude 30° in plus umgekehrt hat. An mir selber habe ich eine Aenderung in der Art und Weise, die Reizdifferenz zu beurtheilen, nicht wahrnehmen können, ich erinnere mich bloß, dass ich bei jenem Uebergange zunächst nur mit Mühe gegen die Erfahrungsthatsache eines negativen Fehlers ankämpfen konnte; in Folge dessen dürften die ersten positiven Fehler ihrem absoluten Werthe nach noch etwas zu klein ausgefallen sein. Wie sonst diese Abweichung — die, ich wiederhole es, mit den Fechner'schen Resultaten in keinem Widerspruche steht, — zu Stande gekommen ist, ob man bei geringer Reizintensität unwillkürlich jene zweite Beurtheilungsweise vorzieht, oder ob wieder das die Empfindung begleitende Gefühl, dem ich oben schon die Wirkung einer Abnahme des h zuschrieb, eine Rolle gespielt hat, muss ich dahin gestellt sein lassen. Es bleibt aber eine, aus unsern Versuchen unzweideutig sich ergebende Thatsache, dass im Gebiete der Schallempfindungen der Zeitfehler keineswegs, wie

man bisher annahm, zu Gunsten des zweiten Reizes ausschlagen muss. Die Auffassungsweise kann vielmehr derart sein, dass der zweite Reiz unterschätzt wird. — Bekanntlich ist bei Reizen, die eine motorische Nervenbewegung zur Folge haben, diese Erscheinung die gewöhnliche. Müller und Schumann¹⁾, welche die Vergleichung gehobener Gewichte in der Hauptsache auf die bestimmte Einstellung motorischer Impulse zurückführen, erklären auch die Größe und Richtung des Zeitfehlers rein physiologisch. Insbesondere soll die Nachdauer der motorischen Erregung eine Unterschätzung des zweiten Reizes, die Ermüdung die entgegengesetzte Wirkung mit sich führen; Verlangsamung des Tempos, in welchem die Reize auf einander folgen, sowie Vergrößerung der Normalreize soll demgemäß eine Aenderung des Fehlers in negativem Sinne bewirken.

XI. Prüfung des Weber'schen Gesetzes.

Ich komme zum Schluss noch auf die Frage, ob die durch unsere Rechnung gefundenen Werthe h und $2S$, soweit wir sie innerhalb der angewandten Höhengrenzen als brauchbare Maße der Unterschiedsempfindlichkeit kennen gelernt hatten, nun auch die Forderung des psychophysischen Grundgesetzes erfüllen. Dieses Gesetz verlangt, dass die Unterschiedsempfindlichkeit für dieselbe Normalintensität des Reizes constant bleibe, welchen Vergleichsreiz wir auch zur Bestimmung des Unterschiedsempfindlichkeitswerthes in Anwendung bringen, dass ferner der absolute Werth der Unterschiedsempfindlichkeit umgekehrt proportional der Reizintensität sei bez. dass die relative Unterschiedsempfindlichkeit unabhängig von i sei, also durch ein und dieselbe Constante repräsentirt werde.

Die erste Bedingung sahen wir oben hinreichend erfüllt; wir leiteten gerade aus dieser Thatsache der Constanz für uns die Berechtigung her, h als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit benutzen zu dürfen. Die oben beigelegten Curven in Figur 3 und 4, die uns dort ein ungefähres Bild von dem Verlaufe der h geben und nur im allgemeinen die Richtigkeit und Verwerthbarkeit der Theorie

1) G. E. Müller u. F. Schumann, Ueber die psycholog. Grundlagen der Vergleichung gehobener Gewichte. Pflüger's Archiv, XLV. S. 37 ff.

bestätigen sollten, diese Curven gestatten uns nunmehr gleichzeitig auch, die Gültigkeit des Weber'schen Gesetzes zu prüfen. Die Abweichungen der experimentellen von der theoretischen Curve stellen uns nach Größe und Richtung auch die Abweichungen vom Weber'schen Gesetze dar, immer freilich vorausgesetzt, dass die eingestellte Differenz nicht groß sei und dass die Genauigkeit der Beurtheilung eines Reizunterschiedes nur umgekehrt proportional der Normalintensität i sich ändere, kurz gesagt, dass $hi = \text{const}$ sei. Diese Fechner'sche Bedingung ist innerhalb ziemlich weiter Unterschiedsgrenzen gut erfüllt; wir finden in unsern Tabellen XII mittlere Variationen von nur 3,3%, 1,5%, 5,8% und 4,1% für die bez. Einstellungen 30° , 40° , 50° und 60° , sowie von 4,5% und 5,2% in den Reihen für G. und T., also unerhebliche, aus der Technik sich völlig erklärende Abweichungen, die sich bei Ausschluss einiger stark differirender Grenzwerte sogar noch merklich reduciren würden. — Ganz analog bleibt auch der Werth $2S$ in meinen Reihen bis auf Variationen von 5—6% sich immer gleich.

Statt des Präcisionsmaßes h für die Differenz D führt G. E. Müller die Größen H und H_1 ein als Maße der Genauigkeit, mit der die Reize i und i_1 selbst aufgefasst werden, und Merkel knüpft seinerseits die Diskussion des Weber'schen Gesetzes an diese Größen. Nicht h , sondern H soll umgekehrt proportional der Reizstärke, also nicht hi , sondern unabhängig von der Größe der Einstellungsdifferenz,

$$Hi = H_1 i_1 = \dots = \text{const}$$

sein. Vom theoretischen Standpunkte lässt sich nichts gegen diese neue Bedingung sagen; sie ist entschieden exacter und scheint mir in treffenderer Weise das Wesen des Gesetzes zu erfassen; praktisch wird sie nichts wesentlich Anderes als die erste Bedingung ergeben, da man immer sehr kleine Differenzen zur Anwendung zu bringen, also nahezu $i = i_1$ zu nehmen hat. Nach den Wahrscheinlichkeitsgesetzen sind nun die H , H_1 und h durch die Relation

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{H^2} + \frac{1}{H_1^2}$$

bez.

$$h = \frac{HH_1}{\sqrt{H^2 + H_1^2}}$$

mit einander verbunden. Setzt man $Hi = H_1 i_1 = \dots = c$ ein, so erhält man die neue Bedingungsgleichung für h

$$h = \frac{c}{\sqrt{i^2 + i_1^2}}$$

oder

$$h \sqrt{i^2 + i_1^2} = c$$

Bei nur kleiner Differenz wird — wie gesagt — $i_1 = i$ d. h. $hi = \text{const.}$ sein. Führt man allgemein $i_1 = i + D$ ein, so wird

$$h \sqrt{2 \left(i^2 + \frac{D^2}{2} + Di \right)} = c$$

Subtrahirt man unter der Wurzel $\frac{D^2}{2}$, also eine im Vergleich zu i jedenfalls verschwindend kleine Größe, so entsteht

$$h \sqrt{2} \sqrt{i^2 + \frac{D^2}{4} + iD} \quad \text{oder} \quad h \left(i + \frac{D}{2} \right) \sqrt{2} = c$$

d. h.

$$h \left(i + \frac{D}{2} \right) = \text{const}$$

als diejenige Gleichung einfachster Form, die erfüllt sein muss, wenn das Weber'sche Gesetz in vollem Umfange, also für jede in der Methode noch verwendbare Differenz D sich bestätigen soll.

Die $h \left(i + \frac{D}{2} \right)$ sind in folgender Tabelle XV zusammengestellt; sie sind berechnet unter Benutzung der in Tab. III und XII angeführten Werthe von D und h . Die Constanz innerhalb einer jeden Reihe ist auch hier eine ziemlich gute geblieben, wenngleich freilich ein kleiner Rückgang gegen früher sich nicht leugnen lässt. Die mittleren Variationen sind nur in 2 Fällen kleiner, sonst überall größer geworden; sie halten sich aber noch immer auf minimalen Werthen. Im Allgemeinen lässt sich ein geringes Anwachsen der h mit zunehmendem D constatiren; die kleinsten Werthe befinden sich meist am Anfange, die abweichend größten mehr nach dem Ende der Reihe hin. Aus letzterem Grunde sollte man bei praktischer Verwendung der Methode größere Einstellungsdifferenzen, für welche schon fast alle Fälle »richtig« werden, vermeiden.

Tabelle XV.

Die Werthe $h \left(i + \frac{D}{2} \right)$.

$D \rightarrow$	$1/2^\circ$	1°	$1 1/2^\circ$	2°	$2 1/2^\circ$	3°	$3 1/2^\circ$	4°	$4 1/2^\circ$	5°	$5 1/2^\circ$	6°	$6 1/2^\circ$	7°	Mittel	V_m	V_{Max}
30°	6,85	6,87	6,33	6,46	7,10	7,31	7,46	7,38							6,96	5,1%	+ 7,2% — 9,0
40°	8,10	8,14	8,26	8,31	8,39	8,75	9,23	8,94	8,72						8,54	3,9%	+ 8,1% — 5,2
50°	8,13	7,24	7,21	8,28	8,26	9,23	9,38	8,97	8,20	8,90	8,27				8,38	6,5%	+12,0% —13,9
60°	7,83	8,63	8,24	8,73	8,17	8,74	8,26	8,51	9,30	8,93	9,77	9,70			8,74	5,2%	+11,8% —10,4
G. III.	8,77	9,54	9,48	9,71	9,87	9,37	9,25	9,22	8,76	9,06	8,97	(8,67)			9,27	3,1%	+ 6,4% — 5,3
T. III.	5,38	5,97	5,51	6,23	6,81	6,63	7,00	6,73	6,71	6,16	6,81	6,51	6,82	6,77	6,43	6,4%	+16,3% — 8,9

Das Weber'sche Gesetz verlangt nun aber weiter auch, dass die relative Unterschiedsempfindlichkeit von dem Reize überhaupt unabhängig, d. h. dass hi bez. $h \left(i + \frac{D}{2} \right)$ für alle beliebigen i constant sei. Demgemäß sollen nicht nur die Werthe einer Normal-einstellung, sondern alle der Tabelle angehörigen hi bez. Hi , soweit sie aus vergleichbaren Beobachtungen hervorgegangen sind, durch ein und dieselbe Constante repräsentirt werden. Auch dieser Forderung genügen unsere Resultate fast ausnahmslos. Nur die h der Amplitude 30° weichen aus früher erörterten Gründen etwas mehr von den übrigen ab. Schließen wir diese hi bez. Hi von der Vergleichung aus, so sind die übrigen Mittelwerthe fast vollkommen einander gleich; sie liefern Durchschnittsbeträge der Constanten von 8,090 für hi und von 8,551 für $h \left(i + \frac{D}{2} \right)$, sowie mittlere Variationen von nur 1,8% bez. 1,4%. Die Bestätigung des Gesetzes ist also bezüglich dieser Frage eine vollkommenere, wenn man die Merkel'sche Bedingungsgleichung $h \left(i + \frac{D}{2} \right) = \text{const}$ zu Grunde

legt. — Die Abweichungen sind übrigens keine einseitigen; der erste und letzte Werth übersteigen das angegebene Mittel, während sich bei der mittleren Einstellung 50° ein Werth $< h_m$ ergibt.

Wir dürfen hieraus auf eine genaue und vollständige Bestätigung des Weber'schen Gesetzes innerhalb der Amplituden 40° und 60° unseres Schallpendels schließen. So gewinnt die ganze Methode der r - und f -Fälle eine weitere wesentliche Stütze, ihre praktische Bedeutung als Maßmethode ist damit außer allen Zweifel gesetzt.

XII. Schlussbetrachtung. Kurze Zusammenstellung der Ergebnisse.

Ich müsste den Umfang der vorliegenden Untersuchung bedeutend erweitern, wollte ich alle speciellen Ergebnisse erörtern, von denen unsere Protokolle noch eine reiche Ausbeute liefern würden. Ich beschränke mich diesmal auf das Hervorheben der Thatsachen allgemeiner Art, die ich im Folgenden noch einmal kurz wiederholen will:

Unsere Untersuchung richtete sich zunächst auf die für unsere Zwecke beste Formulirung der aus der Fehlertheorie folgenden Sätze. Wir schlossen uns im allgemeinen der Merkel'schen Begründung der Theorie an und benutzten für die Prüfung der Methode die von Fechner und Müller aufgestellten Formeln.

In dem einarmigen Pendel construirten wir einen Schallapparat, der wegen seiner Einfachheit und Handlichkeit zu den vorliegenden Untersuchungen sich besonders eignete.

Ausführliche, nach 2 Methoden vorgenommene Messungen des Rückpralls führten zu dem Ergebniss, dass an unserm Apparate innerhalb der angewandten Höhengrenzen die Schallintensität genau proportional der Fallhöhe, bez. dem Quadrat des Sinus des halben Einstellungswinkels zunahm.

Die Prüfung der Methode wurde nach dem »wissentlichen«, »halbwissentlichen« und »unwissentlichen« Verfahren vorgenommen; 3 Personen dienten als Beobachter.

Die unmittelbaren Urtheile waren »größer«, »kleiner« und »gleich«.

Die wenigen, hier und da vorkommenden »eigentlich zweifel-

haften« Fälle verschwanden mit zunehmender Uebung und wachsender Aufmerksamkeit.

Während die r - und f -Fälle regelmäßig und langsam zu- bez. abnahmen, zeigten die g nur im wissentlichen Verfahren einen solchen befriedigenden, sonst überall einen schnell endigenden oder unregelmäßigen Verlauf.

In allen Versuchsverfahren, außer dem wissentlichen, verschwanden die g -Fälle weit vor den f -Fällen.

Aus theoretischen und experimentellen Gründen wurde die Fechner'sche Halbierung der g -Fälle verworfen und dafür die ungleiche Merkel'sche Theilung, bez. die Gleichtheilung des Gebietes $2S$ der g -Fälle gewählt.

Die Anwendung der »vollständigen« Elimination des constanten Fehlers erschien als nothwendige Folge der ganzen Auffassung der Theorie.

Eine weitgehende Fractionirung scheiterte an dem Uebernehmen der Fehlschläge bei wachsender Differenz. Summarische Zusammenfassung der Resultate für die beiden Zeitlagen in nur 1—2 Gruppen lieferte die relativ besten Werthe. Die nach den verschiedenen Fractionirungs- und Eliminationsweisen gewonnenen Ergebnisse wichen im übrigen nicht viel von einander ab.

Für das Müller'sche S ergaben sich nur beim wissentlichen Verfahren Werthe, die als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit dienen konnten. Sonst überall war S unregelmäßig und auffallend klein, es nahm mit wachsendem D rasch ab und wurde sehr zeitig Null.

S ist daher mit der Unterschiedsschwelle im allgemeinen nicht identisch, sondern in seiner Größe von den verschiedensten, namentlich wechselnden subjectiven Bedingungen abhängig.

Das Präcisionsmaß h erwies sich für alle Beobachter und Versuchsanordnungen als eine innerhalb derselben Einstellungsreihe wesentlich constante Größe. Es bewährte sich innerhalb weiter Grenzen einzig und allgemein als Maß der Unterschiedsempfindlichkeit.

Die Benutzung des S als Maßgröße war an die »wissentliche« Versuchsweise gebunden; S verhielt sich hier aber genau wie der reciproke Werth h , derart, dass streng

$$h \cdot S = \text{const.}$$

war.

Die Größe S des wissentlichen Verfahrens war wesentlich kleiner als die Schwelle der Methode der Minimaländerungen.

Der wahrscheinliche Fehler war der Reizintensität direct proportional, also seinem relativen Werthe nach constant.

Von den 3 Versuchsverfahren war das »halbwissentliche« den andern gegenüber im Nachtheil, weil die Art der Versuchsbedingungen eine Inconstanz bez. eine sprungweise Aenderung des h -Werthes zur Folge haben konnte und thatsächlich bei einem Beobachter durchgängig zur Folge hatte.

Die auffallende Regelmäßigkeit der Resultate des »wissentlichen« Verfahrens dürfte wesentlich der Befangenheit zuzuschreiben sein, von der sich der Beobachter bei voller Kenntniss der Versuchsanordnungen nicht freizumachen im Stande war.

Das »unwissentliche« Verfahren lieferte einwandsfreie, zuverlässige und sehr constante Resultate; es machte sich daher von allen 3 Verfahren am meisten empfehlenswerth.

Die Werthe der Unterschiedsempfindlichkeit der einzelnen Beobachter wichen ziemlich weit von einander ab; es verhielten sich:

$$T. : K. : G. = 6,12 : 7,52 : 8,87.$$

Der Zeitfehler war durchgängig an Größe nicht bedeutend, sonst aber ziemlich variabel. Er resultirte meist aus einer Ueberschätzung des zweiten Schalles, nur für G. war er überall, für K. bei der kleinsten Einstellung 30^0 positiv.

Das Weber'sche Gesetz wurde, soweit sich überhaupt ein Maß für die Unterschiedsempfindlichkeit gewinnen ließ und innerhalb der angewandten Höhengrenzen, genau bestätigt, mochte man die Fechner'sche oder die exactere Merkel'sche Bedingung zu Grunde legen.

Das Rechenprincip erwies sich als durchaus richtig und auf psychophysische Vorgänge anwendbar. Die ganze Methode der r - und f -Fälle bewährte sich unter den benutzten Bedingungen und Einschränkungen aufs Beste als psychophysische Maßmethode.

Alle meine Schlüsse stützen sich auf die Gesammtheit der Experimente; ich habe mich gehütet, Ergebnisse, die aus nur einzelnen Reihen hervorgingen, verallgemeinernd auszuwerthen und an sie lange theoretisirende Betrachtungen zu knüpfen. Nur was evident

aus der ganzen Reihe vergleichbarer Versuche hervorging, wurde als allgemeine, die Methode selber angehende Thatsache hingestellt. Es kam mir vor allem auf das Hervorheben solcher genereller Beobachtungsergebnisse an. Mögen die Thatsachen selber nun hier und da von berufenerer Seite eine bessere und treffendere Erklärung finden, als ich sie habe geben können.

Es ist mir zum Schlusse noch Bedürfniss, allen meinen — genannten und ungenannten — Mitarbeitern für die freundliche Unterstützung, vor allem auch Herrn Professor Wundt für das stete Wohlwollen Dank zu sagen, mit dem er anregend und fördernd, oft auch vor Missgriffen warnend, die Untersuchungen in die rechten Bahnen leitete.

Mögen die ausgeführten Versuche in die experimentell schwierige Frage der Methode der r - und f -Fälle einige weitere Klarheit bringen!



V i t a.

Ich, Friedrich Bruno Kämpfe, Sohn des verstorbenen Bäckermeisters Ernst Kämpfe, evangelischer Confession, bin am 21. Januar 1860 zu Schkeuditz (Provinz Sachsen) geboren. Ich besuchte die Bürger- und höhere Privatschule meiner Vaterstadt, absolvirte das Gymnasium zu Merseburg und bezog 1879 die Universität. In Leipzig und Berlin widmete ich mich mathematisch-naturwissenschaftlichen Studien und bestand 1885 in Leipzig die Staatsprüfung. Meine praktische Lehrthätigkeit begann ich im selben Jahre am Domgymnasium zu Naumburg; seit 1889 bin ich Lehrer an der Oeffentlichen Handelslehranstalt zu Leipzig und Mitglied des psychologischen Instituts des Herrn Geheimrath Prof. Dr. Wundt.

Während meiner Studienzeit hörte ich die Vorlesungen der Herren Professoren Althaus, Hankel, Hofmann, Koser, Kummer, Mayer, von der Mühl, Neumann, Rohn, Scheibner, Wangerin, Wiedemann, Wundt und Zeller und betheiligte mich an den Seminar- und practischen Uebungen der Herren von der Mühl, Hankel und Wundt.

Allen meinen Lehrern bringe ich an dieser Stelle noch den wärmsten Dank; insbesondere schulde ich diesen Herrn Geheimrath Prof. Wundt für die wissenschaftliche Anregung und Förderung, die ich durch ihn erfahren habe.

Fig. 1.

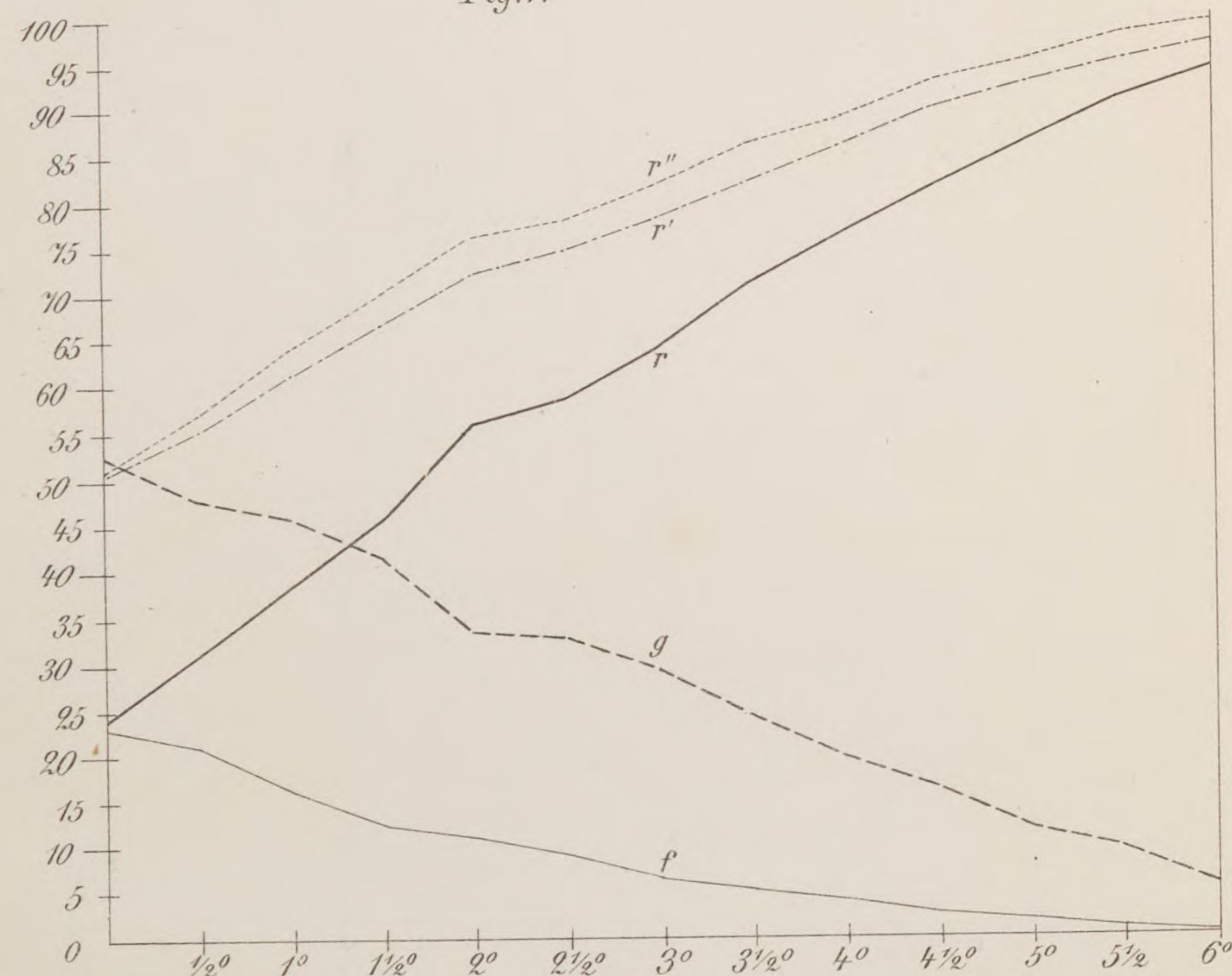


Fig. 3.

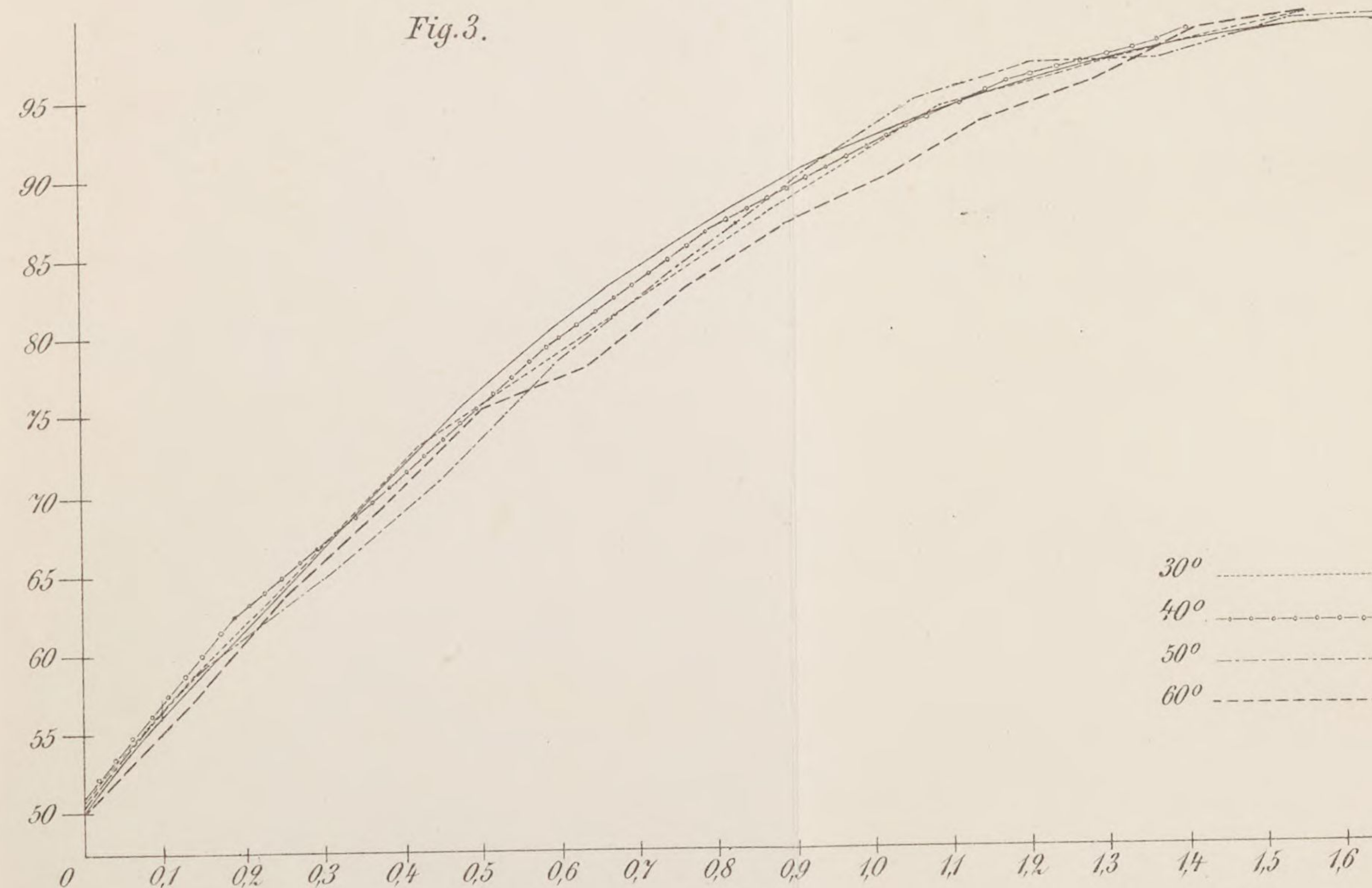


Fig. 2.

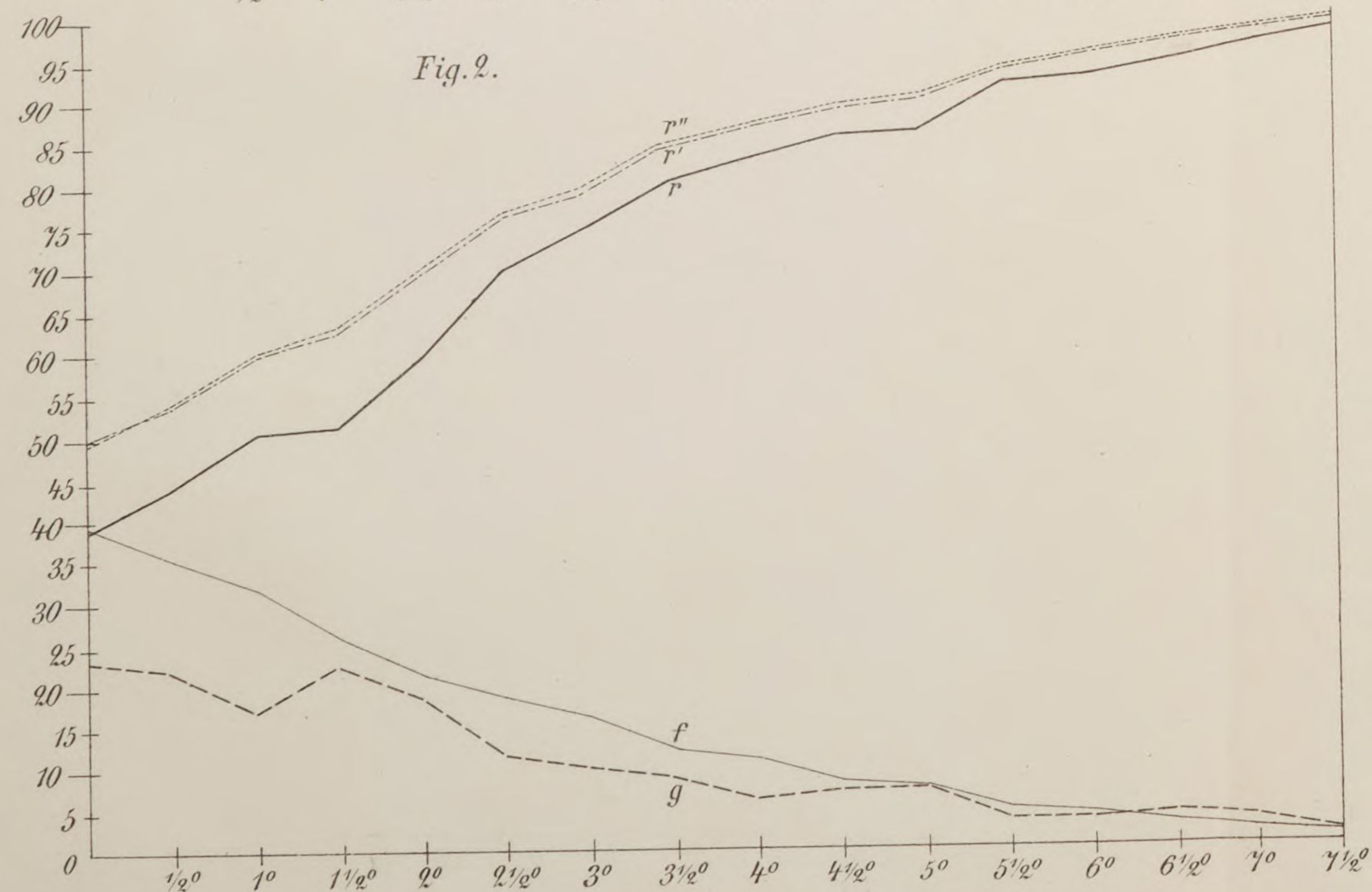
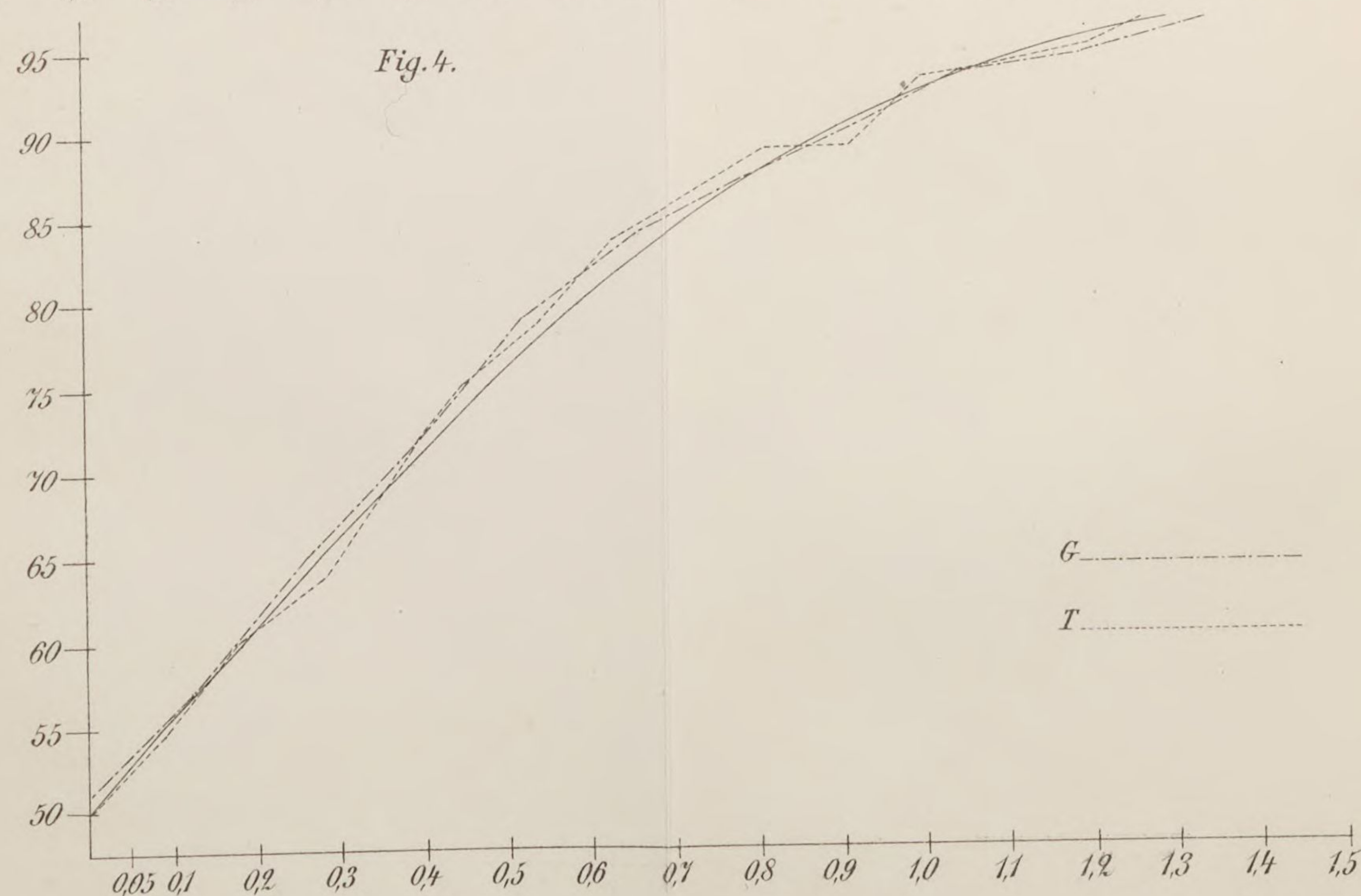


Fig. 4.



Karl Bögl.

Kämpfe, Bruno

Beiträge zur experimentellen Prüfung der Methode der richtigen und
falschen Fälle

Leipzig 1893

Math.p. 244 q

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11651173-0